

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO



Otimização de rotas de distribuição: o efeito do combustível

André Cruz Coelho

Mestrado Integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Orientador: Pedro Sanches Amorim

Co-orientador: Mário Amorim Lopes

Supervisor externo: Fábio Neves-Moreira

13 de Julho de 2017

Resumo

Atendendo a que os transportes representam uma importante parcela dos custos associados à logística, a presente dissertação pretende estudar a otimização de rotas de distribuição tendo em conta a influência do preço do combustível nas mesmas. Assim, é possível perceber se a variabilidade dos preços das estações de combustível impacta, e em que medida, a criação das rotas, com o propósito de formular um plano eficiente de rotas e reabastecimento.

Foram estudadas as abordagens apresentadas na literatura de modo a perceber qual o melhor método a utilizar. Desse modo, foram utilizados como referência os problemas *Vehicle Routing Problem* (VRP) e *Fixed-Route Vehicle Refueling Problem* (FRVRP), tendo sido formulado um problema de aborda o planeamento de rotas e a otimização dos abastecimentos efetuados, nomeado de *Capacitated Vehicle Routing Problem with Refueling* (CVRP-Refueling). Como este problema é considerado uma extensão do VRP, que tem complexidade *NP-hard*, recorreu-se a uma meta-heurística para a sua resolução. Assim, foi desenvolvido um método de seleção adaptativa de estações de combustível baseado na meta-heurística *Adaptative Large Neighborhood Search* (ALNS). No método foram conjugados os dois objetivos pretendidos. Para confirmar a qualidade dos resultados obtidos procedeu-se a diversas validações das implementações realizadas.

Foram analisadas diferentes variações no preço do combustível, em quatro *layouts* distintos, com vista a analisar o impacto dessa variabilidade em diversos cenários. Concluiu-se que, para variações iguais ou superiores a 20 centavos nos preços das estações, os custos de abastecimento apresentavam uma redução entre 2,21% e 5,75%, com a exceção de um dos *layouts* (o *layout* fronteira). Nesse *layout* fronteira apenas é obtida uma redução considerável no custo de abastecimento para uma variação de 30 centavos. As reduções nos custos de abastecimento são reforçadas se forem acompanhadas por reduções nos custos por distância, algo que se verifica. Estes resultados mostram o impacto dos abastecimentos eficientes no planeamento de rotas de distribuição e que existe uma janela de oportunidade no que toca à redução significativa dos custos, mesmo que por vezes, as variações dos preços de combustível sejam reduzidas.

Para futuros desenvolvimentos sugere-se a análise de outros tipos de *layouts*, uma maior integração entre os operadores da meta-heurística e a função objetivo da mesma e o desenvolvimento de uma interface, a integrar com o método, para expor os resultados obtidos com o objetivo de criar um produto para empresas transportadoras.

Abstract

Considering that transports represent an important portion of the costs related to logistics, the present dissertation intends to study the distribution routes optimization, considering the effect of fuel prices. Therefore, it is possible to quantify how much the fuel station's prices variability affect the route planning in order to formulate an efficient refueling plan.

Several solutions presented in the literature were studied in order to understand which was the best approach to the problem. Problems such as the *Vehicle Routing Problem* (VRP) and the *Fixed-Route Vehicle Refueling Problem* (FRVRP) were used as reference. A formulation for the *Capacitated Vehicle Routing Problem with Refueling* (CVRP-Refueling) was proposed, a problem that addresses route planning and refueling optimization. The CVRP-Refueling is an extension of the VRP, that is *NP-hard*. Due to that complexity, a metaheuristic method was used to solve it. The fuel station adaptative selection method was based on metaheuristic *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS), and developed to combine the two objectives, route and refueling optimization. To confirm the quality of the results obtained, several validations were performed to the method.

Different fuel prices variations were analysed in four distinct layouts with the purpose of studying the impact of those variations in different scenarios. From the results it was concluded for that variations in fuel prices greater or equal than 20 cents, the refueling costs were reduced between 2,21% and 5,75%, except for one layout. In that layout, only one relevant reduction of the refueling cost is obtained, for a fuel price variation of 30 cents. The refueling cost reductions are reinforced by the reductions in the cost per distance, something that is verifiable. These results exhibit the impact of efficient refuelings in the distribution routes plan. They also show there is an opportunity window with regards to the refueling costs reduction, even with low variations on the fuel prices.

As future developments, the analysis of other kinds of layouts, a larger integration between the metaheuristic operators and the objective function and the development of an interface to expose the results obtained from the method are suggested, and possibly the creation of a product for truckload carriers.

Agradecimentos

Esta dissertação é o culminar de um semestre, mas principalmente de 5 anos de curso. Assim, o meu primeiro agradecimento vai para as pessoas que me acompanharam e apoiaram neste semestre, membros do INESC-TEC, e permitiram a realização desta dissertação com sucesso: os meus orientadores, Pedro Amorim e Mário Lopes, o meu supervisor, Fábio Moreira e também à Sara Martins, investigadora no INESC-TEC. Todos os eles me ajudaram a compreender o problema, a desenvolver o meu trabalho e a sugerir melhorias de forma a tornar este trabalho o melhor e mais completo possível.

No entanto, acho importante agradecer também a todas as pessoas que, durante estes 5 anos, e principalmente nestes últimos 5 meses estiveram ao meu lado. Em primeiro lugar, Vitor, Zé, Sandim, Pedro, Landeiro, Ovar, Ventura, Justin, Lemos, Barbosa e Vitor (Lopes), muito obrigado a todos. Vamos sempre recordar as horas de almoço (e do lanche) e toda a boa disposição, alegria e entreajuda aqui na 101. Em segundo lugar, agradecer aos meus pais, à minha família mais próxima e à minha namorada por todo o apoio incondicional e por todas as condições que me ofereceram durante este curso.

André Cruz Coelho

*“If something’s important enough, you should try.
Even if you know the probable outcome is failure.”*

Elon Musk

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Enquadramento	1
1.2	Objetivos e motivação	3
1.3	Estrutura da Dissertação	3
2	Revisão bibliográfica	5
2.1	Introdução aos problemas em estudo	5
2.2	Problemas relacionados	8
2.2.1	<i>Fixed-Route Vehicle Refueling Problem</i> (FRVRP)	8
2.2.2	<i>Variable-Route Vehicle Refueling Problem</i> (VRVRP)	11
2.2.3	Problemas de roteamento com considerações sobre o combustível	12
2.3	Métodos de solução	14
2.4	Resumo	16
3	Método desenvolvido	19
3.1	Formulação matemática	19
3.2	Desenvolvimento do ALNS para o CVRP	23
3.2.1	Operadores de destruição	24
3.2.2	Operadores de reparação	27
3.2.3	Escolha dos operadores	30
3.2.4	Ajuste adaptativo dos pesos	31
3.2.5	Critério de aceitação e critério de paragem	32
3.3	Desenvolvimento do ALNS para o CVRP- <i>Refueling</i>	32
3.3.1	Método de cálculo do abastecimento	33
3.3.2	Alteração da função objetivo	37
4	Resultados	41
4.1	Validações e parametrização	41
4.1.1	Validação do ALNS para o CVRP	41
4.1.2	Validação do método de cálculo do abastecimento	42
4.1.3	Parametrização do prémio dos operadores de reparação	45
4.2	Análise de resultados	46
5	Conclusão e trabalho futuro	53
A	Anexos	57
A.1	Tabelas de resultados obtidos	57

Lista de Figuras

2.1	Variantes do VRP e as suas conexões (Toth and Vigo, 2002)	6
2.2	Representação dos desvios das estações de combustível entre uma origem o e um destino d (Bousonville et al, 2011 ; Suzuki, 2008)	7
3.1	Exemplo do grafo considerado	22
3.2	Exemplo de solução considerando o grafo ilustrativo	23
3.3	Forma geométrica de origem da vizinhança entre os clientes 10, 20 e 30	38
3.4	Vizinhança utilizada entre os clientes 10, 20 e 30	38
4.1	Mapeamento dos <i>layouts</i> estudados	47

Lista de Tabelas

2.1	Resumo da informação contida nos artigos revistos	18
4.1	Parâmetros do ALNS para a realização da validação	42
4.2	Resultados da validação do ALNS para o CVRP	42
4.3	Parâmetros utilizados para a validação do método de cálculo de combustível . . .	43
4.4	Resultados obtidos para os testes do método de cálculo de combustível	44
4.5	Comparação de resultados face aos resultados do artigo	44
4.6	Análise da utilização de prémios nos operadores de reparação	45
4.7	Parâmetros utilizados para a obtenção de resultados	48
4.8	Resultados do método de seleção adaptativa face ao método de seleção <i>greedy</i> . .	50
A.1	Resultados médios de 10 pesquisas do método de seleção <i>greedy</i>	58
A.2	Resultados médios de 10 pesquisas do método de seleção adaptativa	59

Abreviaturas e Símbolos

2E-MTVRP-SS	Two-Echelon Multiple-Trip Vehicle Routing Problem with Satellite Synchronization
ALNS	Adaptative Large Neighborhood Search
API	Application Programming Interface
CLSP	Capacitated Lot-Sizing Problem
CVRP	Capacitated Vehicle Routing Problem
CVRP- <i>Refueling</i>	Capacitated Vehicle Routing Problem with Refueling
Detour	Desvio da rota
Eurostat	Autoridade Estatísticas da União Europeia
E-VRP	Electric Vehicle Routing Problem
FCR	Fuel Consumption Rate
FCVRP	Fuel Capacitated Vehicle Routing Problem
FRVRP	Fixed-Route Vehicle Refueling Problem
INESC-TEC	Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores - Tecnologia e Ciência
ITF	International Transport Forum
LNS	Large Neighborhood Search
MDMPVRPHF	Multi Depot Multi Period Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet
MIP	Mixed-Integer Linear Programming
OOR	Out-of-route
PCVRP	Prize-collecting Vehicle Routing Problem
RAM	Random Access Memory
SRP	Shortest-Route Problem
TDVRP	Time-Dependent Vehicle Routing Problem
TSP	Traveling Salesman Problem
TSPTW	Traveling Salesman Problem with Time Windows
TSPTWR	Traveling-Salesman Problem With Time Windows and Refueling
VRP	Vehicle Routing Problem
VRP-SPDTW	Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickups and Deliveries and Time Windows
VRPTW	Vehicle Routing Problem with Time Windows
VRVRP	Variable-Route Vehicle Refueling Problem

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

Os transportes representam uma das atividades mais importantes a nível mundial visto que permitem a ligação entre regiões, atividades económicas e pessoas por todo o mundo. Avaliando de uma forma mais aprofundada a importância dos transportes, é possível afirmar que a mesma tem vindo a crescer devido a um conjunto de fatores, entre os quais:

- (i) O aumento da procura, principalmente com o crescimento da quantidade de passageiros e de cargas a transportar e ainda devido às extensas distâncias a percorrer;
- (ii) A redução de custos (diminuição de custos unitários de transporte), que permitiu estender as distâncias percorridas e explorar vantagens competitivas dos espaços disponíveis para transportes;
- (iii) Por último, a importância dos transportes tem sobressaído devido à expansão de infraestruturas, derivada das tendências anteriores. Assim, houve a necessidade de realizar ações para melhorar e expandir as infraestruturas, com o propósito de adicionar mais locais e capacidade às redes existentes ([Rodrigue et al, 2017](#)).

Os sistemas de transporte podem ser divididos por tipos, entre os quais se destacam os seguintes: terrestre, aéreo e marítimo. Dentro dos sistemas terrestres, os transportes rodoviários foram responsáveis, em 2014, por 49% dos transportes de bens nos 28 países da União Europeia ([European Commission, 2016](#)). O transporte de mercadorias de forma rodoviária foi, segundo o Eurostat (a autoridade estatística da União Europeia) e o International Transport Forum (ITF), em 2014, responsável por 1725,5 milhares de milhão de toneladas-quilómetro ([European Commission, 2016](#)).

Dada a importância atual dos sistemas de transporte, nomeadamente dos transportes de mercadorias por via rodoviária, pode afirmar-se que esses sistemas estão intimamente ligados às oportunidades económicas. Têm também, uma maior possibilidade de surgimento onde as infraestruturas de transportes se encontram presentes e são capazes de garantir as necessidades de transporte.

Quando os sistemas de transporte de uma organização, principalmente organizações de produção/distribuição de bens/matérias-primas, são eficientes e eficazes, promovem oportunidades e benefícios económicos e sociais. Pelo contrário, sistemas de transporte deficientes dão origem a custos mais elevados (Rodrigue et al, 2017). Esta situação releva, num mercado no qual se preponderam incertezas de diversas ordens, a identificação de métodos e soluções que permitam obter um desempenho diferenciado face aos seus concorrentes, e que levem, consequentemente, a uma vantagem competitiva.

Atendendo a que os transportes correspondem a cerca de dois terços dos custos totais associados à logística (Kherbach and Mocan, 2016), a presente dissertação pretende estudar a otimização de rotas de distribuição tendo em conta a influência do preço do combustível nas mesmas. Por outras palavras, identificar e quantificar o impacto que as diferenças de preços representam quando o planeamento dos transportes integra decisões de abastecimento.

Focando o mercado do combustível na Península Ibérica, a variabilidade dos preços de combustível é elevada, quando se tomam como termo comparativo os preços praticados em Portugal e em Espanha. Este é um de diversos exemplos onde existe uma variação nos preços por litro praticados nas estações de combustível, em zonas geográficas próximas, que se torna importante explorar, de forma a verificar qual o impacto da mesma.

Analisando em maior detalhe o caso ibérico, recorrendo a dados dos preços praticados atualmente nos dois países, é possível verificar que em Portugal, o preço médio a nível nacional praticado para gasóleo simples (utilizado em veículos transportadores) é de 1,22€ à data de 01/06/2017 (GlobalPetrolPrices, 2017b). Em Espanha, na mesma data, os preços por litro praticados estão, em média, na ordem dos 1,08€ (GlobalPetrolPrices, 2017a). Esta diferença de 14 cêntimos é, sem dúvida, relevante, e daí o interesse na análise da variabilidade entre os preços de combustível. Para além de Portugal e Espanha, esta situação acontece em muitos outros países/loais como nos Estados Unidos da América (entre diversos estados ou no próprio estado), onde podem existir variações de 20% nos preços, ou na Alemanha, onde o preço por litro de gasóleo pode variar até 10,5 cêntimos (dados de 2011 (Bousonville et al, 2011)). Esta variabilidade não foi muito explorada na literatura, no que diz respeito a problemas de planeamento de rotas, com a exceção de Bousonville et al (2011), o que significa que esta problemática é considerada um ponto de interesse relativamente a esse tipo de problemas.

Esta abordagem, com a inclusão dos custos associados ao combustível num problema de planeamento de rotas, permite desenvolver uma política de minimização do custo do combustível, que defina locais e quantidades de abastecimento (contrariamente à política mais comum em problemas de roteamento, a minimização da distância percorrida), onde o preço unitário do combustível é tido em consideração (Bousonville et al, 2011). Para além desse custo de combustível considerado mais *standard*, fatores como a distância percorrida “fora de rota” (a deslocação de e para os locais de abastecimento), a frequência de paragens para abastecimento e o tempo de paragem necessário para reabastecer possibilitam uma abordagem mais completa aos reais custos do combustível (Suzuki, 2008).

1.2 Objetivos e motivação

O objetivo desta dissertação consiste em desenvolver um método de otimização de rotas tendo em conta o efeito do combustível, com vista a verificar esse efeito em rotas de distribuição. O problema em estudo é uma extensão do *Vehicle Routing Problem* (VRP), mas considera a minimização dos custos associados ao abastecimento de combustível de uma frota de veículos. Dessa forma, pode ser analisado em que medida a variação dos preços de combustível praticados impacta as rotas. Para cumprir esse objetivo foi seguida uma abordagem heurística ao problema baseada na meta-heurística *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS), posteriormente justificada. Com o método desenvolvido, pretende-se analisar qual o impacto do custo de abastecimento na rotas, e de que forma esse custo altera as rotas reduzindo o custo total das soluções. Para tornar essa análise mais completa, são utilizados quatro *layouts* que tentam simular diferentes situações e perceber em que disposições geográficas os impactos podem ser mais relevantes.

A resolução deste problema, segundo os moldes apresentados, pode ser considerada pioneira face aos artigos analisados. É a primeira abordagem aproximada (considerando toda a pesquisa realizada) a um problema unificado de rotas e de reabastecimento. Aliado a este facto, encontra-se a possibilidade de desenvolver um sistema que possa, num futuro próximo, ser utilizado por empresas de distribuição. O propósito deste sistema consiste em otimizar os custos relacionados com as viagens que estas empresas realizam como atividade essencial, dando origem a um impacto direto na sua rentabilidade. Por outro lado, e dependente dos objetivos pretendidos, este estudo pode ser adaptado de forma a ter um impacto ambiental e social devido a possíveis reduções nos consumos e emissões poluentes, até porque a indústria dos transportes rodoviários é considerada uma das maiores fontes de poluição da nossa sociedade (Ericsson et al, 2006).

1.3 Estrutura da Dissertação

O restante documento está dividido em cinco capítulos. No capítulo 2 são introduzidos os problemas de interesse na presente dissertação, é realizada uma análise da literatura existente sobre esses problemas e as suas variantes. Além disso, é descrito o método a implementar neste trabalho e justificado o motivo da sua escolha. O capítulo 3 introduz os fundamentos teóricos e considerações que foram tidos em conta para a implementação do método desenvolvido, através da proposta de uma formulação matemática para o problema. Descreve também os detalhes dos desenvolvimento do método em duas fases: uma primeira fase com o propósito de validar o algoritmo implementado e uma segunda direcionada para solucionar o problema em estudo. No capítulo 4 são apresentadas as validações e parametrizações realizadas durante a dissertação. São também expostos os resultados obtidos e realizadas as devidas análises. Por último, o capítulo 5 de Conclusão e trabalho futuro apresenta as conclusões retiradas dos resultados e algumas sugestões de trabalho futuro.

Capítulo 2

Revisão bibliográfica

Este capítulo tem como objetivo rever a literatura relacionada com as variantes do VRP, que consiste num problema de planeamento e otimização de rotas, ligadas à questão de custo do combustível e ao abastecimento durante as rotas. Assim, para além de problemas de roteamento foram revistos artigos relacionados com problemas de reabastecimento, *Fixed/Variable-Route Vehicle Refueling Problem* (FRVRP/VRVRP), que são problemas de otimização de políticas de abastecimento¹ de combustível. Destes problemas, o FRVRP pode ser considerado um subproblema do problema proposto nesta dissertação. Para facilitar a leitura e compreensão do capítulo: no primeiro subcapítulo são introduzidos e descritos os problemas em estudo; no segundo subcapítulo apresentados, para cada um dos problemas (ou das suas variantes), os modelos e as soluções existentes na literatura, bem como certas características e resultados relevantes até à data da presente revisão; no terceiro subcapítulo é descrito o método de resolução utilizado e justificada a sua escolha. De referir que o estudo bibliográfico não considerou outras formas de transporte como transporte aéreo ou ferroviário, ficando por isso limitado a transportes rodoviários.

2.1 Introdução aos problemas em estudo

Previamente à análise da literatura existente nos problemas de interesse é de fundamental importância introduzir os problemas mais relevantes para o problema em questão: *Vehicle Routing Problem* e *Fixed/Variable-Route Vehicle Refueling Problem*. O *Vehicle Routing Problem* foca-se na determinação de uma sequência ideal de rotas, a realizar por uma frota de veículos para servir um conjunto de clientes, sendo um dos mais importantes e estudados problemas de otimização combinatoria (Toth and Vigo, 2002). Por outras palavras, e recorrendo a uma definição de Toth and Vigo (2014):

“Given: A set of transportation requests and a fleet of vehicles. (...) Task: Determine a set of vehicle routes to perform all (or some) transportation requests with the given vehicle fleet at minimum cost; in particular, decide which vehicle handles which requests in which sequence so that all vehicle routes can be feasibly executed.”

¹ Políticas de abastecimento consistem em determinar em que estações abastecer e a sua respetiva quantidade

O problema “*Truck Dispatching Problem*” foi introduzido por [Dantzig and Ramser \(1959\)](#), e tinha como objetivo minimizar a distância percorrida por uma frota de camiões homogénea que serve a procura de um “grande número” de estações de serviço a partir de uma central de distribuição. Cinco anos mais tarde, [Clarke and Wright \(1964\)](#) apresentaram uma heurística gananciosa, que se demonstrou eficaz para a resolução aproximada do *Vehicle Routing Problem*, sendo a primeira formulação do hoje VRP ([Toth and Vigo, 2014](#)).

A complexidade do *Vehicle Routing Problem* foi analisada por [Lenstra and Rinnooy-Kan \(1981\)](#), onde se concluiu que todos os problemas deste tipo (VRP) são considerados *NP-hard*, pois não conseguem ser resolvidos em tempo polinomial ([Caric and Gold, 2008](#)). Outros autores também referem este facto na literatura relacionada com o VRP ([Zhong and Cole, 2005](#); [Toth and Vigo, 2002](#)). Esta característica dos VRPs leva a que os algoritmos exatos se tornem mais eficientes apenas para pequenas instâncias e as heurísticas/meta-heurísticas sejam mais adequadas e eficientes em situações com um número mais elevado de clientes e com problemas reais, tendo possivelmente um prejuízo na qualidade da solução.

À medida que a literatura em torno deste problema foi crescendo, devido à relevância do mesmo, surgiram diversas variantes da abordagem clássica. A principal destas, o *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), é a variante mais estudada do VRP e refere-se a um problema onde todos os clientes correspondem a entregas, as procuras são determinísticas, e os veículos apresentam capacidades limitadas ([Toth and Vigo, 2002, 2014](#)). A Figura 2.1, proposta por Toth e Vigo (2002), representa uma demonstração gráfica das variantes básicas do VRP e das suas conexões.

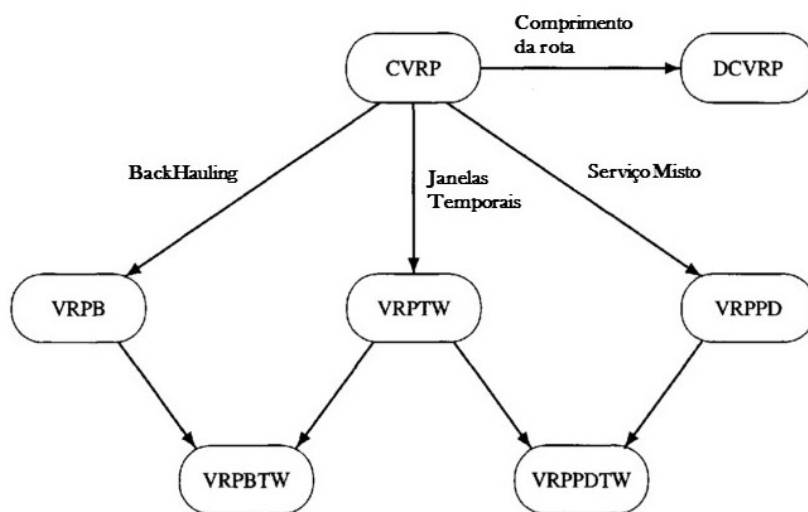


Figura 2.1: Variantes do VRP e as suas conexões ([Toth and Vigo, 2002](#))

Variantes como o CVRP ou o *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW) estão presentes em inúmeros artigos da literatura como é cognoscível, por exemplo, em [Laporte et al \(1986\)](#) e [Solomon et al \(1999\)](#), respetivamente. Para além destas variantes mais comuns, muitas outras foram desenvolvidas como, por exemplo, o *Vehicle Routing Problem with Simultaneous*

Pickups and Deliveries and Time Windows (VRP-SPDTW) (Mingyong and Erbao, 2010), que combina algumas das variantes mais clássicas, ou o *Prize-collecting Vehicle Routing Problem* (PCVRP), que considera uma abordagem diferente das variantes mais comuns (Tang and Wang, 2006). Apesar de existirem autores que abordam o VRP tendo em conta o custo do abastecimento de combustível, essa literatura é relativamente escassa (foram encontrados apenas seis artigos e apenas um onde o VRP é abordado de forma conjunta com o FRVRP), o que levou ao estudo de problemas de abastecimento de forma a realizar um estudo mais aprofundado de problemas de abastecimento, essenciais na presente dissertação.

Os problemas de abastecimento de combustível podem ser divididos em dois tipos: *Fixed-Route Vehicle Refueling Problem* e *Variable-Route Vehicle Refueling Problem*, onde o segundo é uma extensão do primeiro. Relativamente ao FRVRP, é um problema que procura a melhor política de reabastecimento para um certo caminho que minimiza o custo de abastecimento do veículo que o percorre, ou seja, a sequência de estações de combustível a utilizar bem como a quantidade de combustível em cada estação. Este problema tem fortes ligações ao *Capacitated Lot-Sizing Problem* (CLSP), como se pode ver em Atamtürk and Küçükyavuz (2005), podendo ser aproximado a um caso especial do CLSP, o *single-item CLSP*, tal como os seus dois tipos, que serão apresentados de seguida (Suzuki, 2014). A Figura 2.2 modela um exemplo de um caminho abordado no FRVRP.

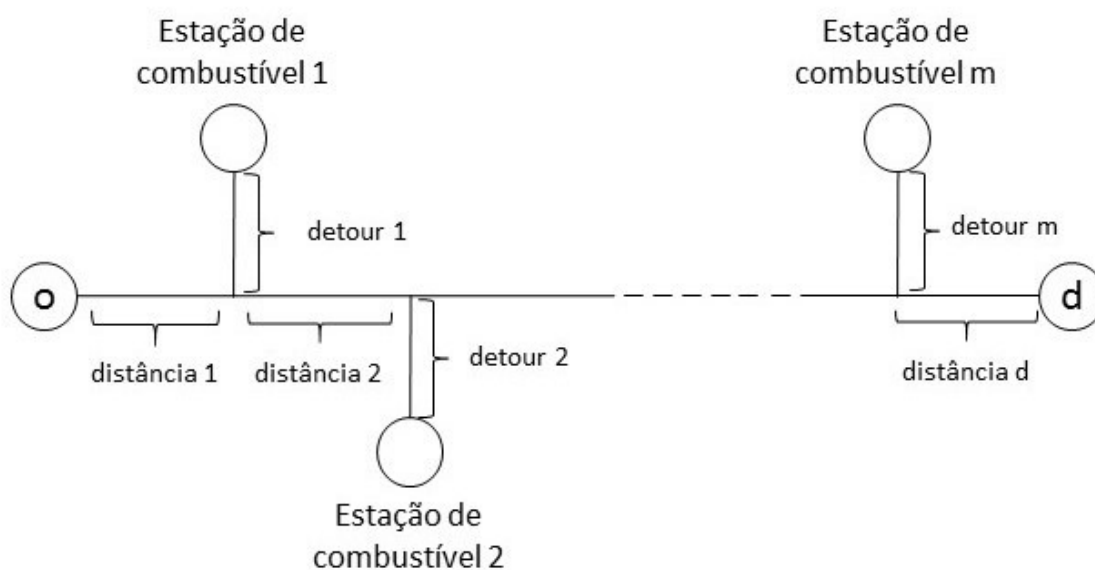


Figura 2.2: Representação dos desvios das estações de combustível entre uma origem o e um destino d (Bousonville et al, 2011; Suzuki, 2008)

Existem dois tipos de FRVRP considerados na literatura, uma versão simples do problema, onde todas as estações de combustível estão localizadas no caminho a percorrer, logo a distância entre dois pontos não é afetada pela escolha do local de abastecimento, e a quantidade abastecida por estação não é limitada por nenhum limite inferior (apenas não pode ser negativa). Existe

também uma versão complexa que relaxa a versão simples do problema (sobre a localização das estações de combustível e a quantidade mínima a abastecer), considerando assim uma quantidade mínima de combustível a abastecer em cada paragem e a distância a percorrer fora do caminho (*off route*), para chegar a cada estação de combustível. Esta segunda versão é, por isso, mais completa e preferencial do ponto de vista das empresas transportadoras pois considera cenários mais aproximados à realidade (Suzuki, 2014).

O VRVRP é um problema que aborda conjuntamente o *Shortest-Route Problem* (SRP) e um problema de abastecimento. Desta forma, este problema determina a rota e a política de abastecimento que, combinadas, minimizam o custo de utilização de um veículo entre uma origem e um destino. Este problema pode também ser abordado das formas simples e complexa, referidas no FRVRP (Suzuki, 2014, 2012).

2.2 Problemas relacionados

Como o *Vehicle Routing Problem* é um problema clássico que já foi introduzido há mais de 50 anos e revisto extensivamente noutros artigos da literatura atual (por exemplo, em Braekers et al (2016), Golden et al (2008) e Laporte (2009)), na revisão bibliográfica da presente dissertação vão ser apenas revistos artigos/livros que abordem problemas de reabastecimento ou problemas de roteamento que considerem o custo de abastecimento de combustível (ou sobre o custo do combustível na formulação do problema). Desta forma, a ordem seguida no restante desta secção consiste na revisão da literatura do FRVRP, do VRVRP e por último problemas de planeamento de rotas que consideram o custo de abastecimento ou outras formas do custo do combustível.

2.2.1 Fixed-Route Vehicle Refueling Problem (FRVRP)

No primeiro artigo dedicado ao estudo do FRVRP, Kuby and Lim (2005) consideraram um problema de abastecimento da perspectiva de investigação operacional. O problema consistia em localizar de forma ótima os locais de abastecimento para veículos com limitações a nível de distância máxima percorrida sem abastecimentos. Este estudo tinha, no entanto, limitações, pois foi realizado apenas do ponto de vista da localização do local de abastecimento e não endereçava as questões de onde e/ou quanto comprar. Para resolver o FRVRP existem duas abordagens possíveis: heurísticas e métodos exatos (Suzuki, 2008). A abordagem heurística é normalmente utilizada por *softwares* de otimização de combustível (*fuel optimizers*) e a abordagem de métodos exatos foi proposta pela literatura académica. Os *fuel optimizers* foram inicialmente desenvolvidos nos anos 90 por uma empresa de consultoria norte-americana. Estes *softwares* foram desenvolvidos dado o crescente interesse das empresas transportadoras na variação dos preços de combustível entre diferentes locais, no aumento desses preços e na necessidade da redução de custos. O problema de reabastecimento endereçado pelos *fuel optimizers* é normalmente o VRVRP, dividido em dois subproblemas e resolvido de forma sequencial: determinação do caminho (mínimo) a percorrer e a determinação da política de reabastecimento. A vantagem deste tipo de *software* consiste na sua simplicidade de utilização para as empresas tendo contudo, a desvantagem da qualidade das

soluções produzidas ser reduzida face aos métodos exatos. O facto de resolver o problema de forma sequencial e de solucionar o segundo problema (de política de abastecimento) até valores próximos do ótimo indicam que as soluções fornecidas por estes *softwares* não são ótimas (Suzuki, 2008; Suzuki and Dai, 2013). As soluções quase ótimas e a utilização de métodos heurísticos levaram à procura, pelo lado académico, de melhores soluções e métodos para a resolução de problemas de reabastecimento. Estudos sobre o FRVRP apareceram em Hong Lin et al (2007), Lin (2008), Khuller et al (2007), Suzuki (2008), Suzuki (2014) e Suzuki et al (2014) e serão de seguida pormenorizados.

Hong Lin et al (2007) consideraram um problema de reabastecimento com um caminho fixo. Modificaram uma técnica muito utilizada para a resolução do *Inventory-Capacitated Lot-Sizing Problem* (Suzuki, 2012) de onde desenvolveram um algoritmo exato ganancioso (Suzuki, 2008). O algoritmo proposto tem uma complexidade temporal $O(n)$ em que n corresponde ao número de estações de combustível entre a origem e o destino (Suzuki, 2014). Lin (2008) estendeu o trabalho de Hong Lin et al (2007) desenvolvendo um algoritmo que permite determinar o caminho ótimo (entre a origem e o destino) e a política de abastecimento ótima ao longo desse caminho de forma aglomerada. Pode dizer-se que introduziu um *Non-Fixed-Path Refueling Problem* (Suzuki, 2008). Khuller et al (2007) ampliou a pesquisa de Hong Lin et al (2007) e Lin (2008) ao considerar a política de reabastecimento ótima quer para o *Shortest-Route Problem* (SRP) quer para o *Traveling Salesman Problem* (TSP). Propôs um algoritmo polinomial utilizando *dynamic programming* para solucionar o *Fixed-Path* e *Non-Fixed-Path Refueling Problem* e um algoritmo aproximado para resolver o TSP (Suzuki, 2008). O algoritmo apresenta uma complexidade temporal $O(n \log n)$ (Suzuki, 2014).

Os estudos anteriormente referidos (Hong Lin et al, 2007; Lin, 2008; Khuller et al, 2007) tiveram contribuições importantes para a literatura do problema de reabastecimento de veículos, não tendo, no entanto, considerado os custos não diretamente ligados ao combustível, mas que afetam os custos operacionais de forma significativa. Fatores como os quilómetros fora da rota (*out of route*) e a frequência de paragens para abastecimento afetam os custos operacionais e são ignorados (ou subestimados) pelos modelos anteriormente apresentados e pelos *fuel optimizers* (Suzuki, 2008). Suzuki (2008) considera, utilizando-os no modelo proposto, os seguintes custos:

- (i) Custo de manutenção do veículo (*Vehicle maintenance cost*). O custo de manutenção preventiva é afetado pela distância percorrida pelo que, quanto maior o número de quilómetros fora de rota maior é este custo.
- (ii) Custo de depreciação do veículo (*Vehicle depreciation cost*). O quantidade de quilómetros percorrida influencia de forma direta a depreciação do veículo.
- (iii) Custo de combustível (*Fuel cost*). O facto do consumo fora de autoestrada ser considerado pelos modelos igual ao consumo em autoestrada, quando na realidade é maior, subestima o custo de realizar quilómetros *out of route*.

- (iv) Custo de perda de oportunidade de quilómetros fora da rota (*Opportunity cost of OOR (out-of-route) miles*). Percorrer caminhos fora da rota deve ser evitado pois os tempos despendidos nestes percursos não geram valor e não maximizam a utilização do veículo.
- (v) Custo de perda de oportunidade de paragens para abastecer (*Opportunity cost of making fuel stops*). Cada paragem para abastecimento tem associado um tempo perdido fixo - na fila de espera, pagamento, ajuste do *log book* - para além do tempo para abastecimento. Todos estes tempos resultam em perdas quando a frequência de paragem é elevada (Suzuki, 2008).

Com o objetivo de considerar os custos supramencionados usou uma abordagem MIP (*mixed-integer linear programming*) baseada numa técnica *branch-and-bound* em conjunto com o algoritmo *simplex* (o que tornou o crescimento do tempo de resolução exponencial face ao crescimento do tamanho do problema) e mostrou que, para problemas relativamente pequenos as políticas de reabastecimento podem ser obtidas de forma direta. Devido ao tamanho do problema proposto pelo autor, resistiu a incerteza quanto à capacidade do algoritmo resolver eficientemente instâncias grandes do FRVRP (Suzuki, 2008, 2014).

Mais recentemente, em 2014, outras direções foram tomadas no âmbito do FRVRP considerando diferentes características para o problema. Suzuki (2014) abordou o FRVRP complexo (explicado na secção 2.1) de uma forma diferente da restante literatura. Conjugou uma técnica heurística de redução de variáveis (neste caso, estações de combustível) com o modelo MIP (*mixed-integer linear programming*) proposto em (Suzuki, 2008). Ao utilizar instâncias reais, provenientes de um *software* de otimização de combustível, o autor demonstrou que, para um número de estações de combustível compreendido entre 98 e 453 entre um ponto de origem e um ponto de destino, a heurística de redução de variáveis permitiu uma redução média das estações de combustível de 54,8% e um valor máximo de redução de 60,1%. Esta redução permitiu diminuir o tempo computacional de resolução do FRVRP, em média, em mais de 75% face ao tempo necessário para resolver o problema sem a redução de variáveis com recurso ao MIP, não prejudicando as soluções obtidas (em ambos os casos, com e sem redução de variáveis, foi obtida a solução ótima) (Suzuki, 2014).

Suzuki et al (2014) consideraram, tal como Suzuki (2011), o peso do veículo para o seu estudo do FRVRP. Em Suzuki (2011) o ênfase foi dado à carga a transportar sendo que a sua redução era priorizada. Em Suzuki et al (2014) é relevado o benefício de manter espaço vazio no depósito de combustível com vista a reduzir o peso e, consequentemente, os consumos do veículo (pois o peso do veículo está intimamente ligado ao seu consumo (Coyle, 2007)). Para implementar tais características, o modelo proposto em Suzuki (2008) é estendido e contempla o impacto negativo do peso do combustível no consumo do veículo, minimiza o combustível de reserva desnecessário e permite que, em zonas com mais densidade de estações e preços mais competitivos, se abasteça mais quantidade a melhor preço. Foi, no entanto, resolvida uma simplificação do problema recorrendo a um método de programação linear que obteve uma redução da quantidade de combustível no depósito e respetiva diminuição dos custos (Suzuki et al, 2014).

2.2.2 Variable-Route Vehicle Refueling Problem (VRVRP)

O VRVRP, que conjuga o SRP e o FRVRP, está presente em diversos artigos publicados desde 2008. Estudos iniciais do VRVRP podem ser encontrados em [Lin \(2008\)](#) e [Khuller et al \(2007\)](#). Como referido anteriormente, ambos demonstram métodos exatos para a resolução do FRVRP e abordam também o SRP. Contudo, estes estudos apresentam limitações significativas pois, assumem, que todas as estações de combustível estão localizadas “no caminho” a percorrer e que a quantidade a abastecer não está limitada por um valor mínimo, ou seja, consideram o FRVRP simples. Para além disso, esta abordagem pode ser identificada como uma formulação de dois passos pois resolve os dois problemas (SRP e FRVRP) de forma sequencial ([Suzuki and Dai, 2013](#)). Outros exemplos de estudos de VRVRP podem ser encontrados em [Suzuki \(2009\)](#), [Suzuki and Dai \(2012\)](#), [Sweda and Klabjan \(2012\)](#) e [Suzuki and Dai \(2013\)](#).

[Suzuki \(2009\)](#) apresentou uma heurística para uma forma mais compreensiva do VRVRP que, para além de considerar juntamente o SRP e o FRVRP, contempla fatores e restrições práticas ignorados pelos estudos anteriores relativos ao VRVRP. Esta abordagem trouxe novos desenvolvimentos pois resolve, de forma simultânea, os dois problemas (SRP e FRVRP) pelo que, o impacto do planeamento de rotas nas decisões de abastecimento se torna explícito. A limitação desta abordagem é que minimiza o custo de abastecimento independentemente da distância percorrida. Isso obriga, neste contexto, a maiores distâncias percorridas e a maior quantidade de combustível utilizado pois, as estações de combustível mais baratas estão usualmente fora do caminho mais curto. Posto isto, esta minimização do custo do combustível pode não ser desejada por entidades com preocupações ambientais ou clientes muito sensíveis às questões temporais.

[Suzuki and Dai \(2012\)](#) realizaram um estudo com o propósito de comparar um método exato para o VRVRP complexo (SRP e FRVRP complexo em conjunto ([Suzuki, 2014](#))), desenvolvido pelos próprios com o objetivo de minimizar o custo de combustível, com o método heurístico dos *softwares* de otimização de combustível. Recorrem a instâncias reais, baseadas em dados fornecidos por empresas transportadores e no *software ProMiles* (um dos softwares com maior uso comercial para otimização do combustível) entre outras fontes, com vista a realizar experiências o mais aproximadas possível da realidade e obter uma comparação fidedigna do método exato com a heurística. Mostram que, no que toca ao custo de combustível, o método exato supera a heurística em 5 das 12 instâncias testadas sem prejuízo do tempo computacional (sempre inferior a 1 segundo). Assim, a importância da utilização de métodos exatos na resolução do VRVRP complexo é relevante dado que permite uma redução efetiva dos custos.

Uma abordagem ao VRVRP para minimizar o custo de carregamento de veículos elétricos foi apresentada por [Sweda and Klabjan \(2012\)](#) onde são propostas duas soluções para o problema ([Suzuki, 2014](#)). Uma primeira, para a situação onde o espaço de estados das ações é discreto, com recurso a um método de recursividade inversa e uma segunda, para instâncias mais gerais do modelo, utilizando um algoritmo de programação dinâmica, *Approximate Dynamic Programming* ([Sweda and Klabjan, 2012](#)). Para mais informações relativas a problemas de carregamento de veículos elétricos pode consultar-se [Artmeier et al \(2010\)](#); [Eisner et al \(2011\)](#); [Sachenbacher et al](#)

(2011).

No artigo mais recente revisto sobre o VRVRP (Suzuki and Dai (2013)) é sugerido um modelo multiobjectivo para o VRVRP que permite procurar por dois objetivos: minimização do custo do combustível e minimização da distância percorrida. Desta forma, o modelo não se foca apenas em reduzir o custo do combustível, como os modelos exatos sugeridos na literatura, em detrimento da distância percorrida e consequentes maiores consumos e emissões de gases poluentes. Este ponto pode ser relevante para certas empresas, visto que permite obter uma solução eficiente e mais equilibrada. Através da utilização de um peso (p) para ambas as funções objetivo (p para uma função e $(1-p)$ para a outra) é possível ajustar a importância de cada uma das funções objetivos e criar uma frente de Pareto de soluções ótimas para diferentes cenários. Foi utilizada, para efeitos de teste, uma rede com 50 clientes, 242 arcos e 852 estações de combustível e um algoritmo MIP para obter as soluções da frente de Pareto (com recurso ao algoritmo *simplex* e ao método *branch-and-bound*). Foram realizadas quatro experiências com seis cenários com pesos distintos, dois focados na minimização da distância, dois focados na minimização do custo do combustível e os restantes equilibrados face ao multiobjetivo. A análise efetuada mostrou que diferentes abordagens (maior importância na distância ou no custo de combustível) permitem poupanças de diferentes formas e cabe ao utilizador escolher a abordagem mais adequada aos objetivos pretendidos.

2.2.3 Problemas de roteamento com considerações sobre o combustível

Nesta última secção são revistos artigos que abrangem problemas de planeamento de rotas, nomeadamente o VRP e o TSP, em conjunto com problemas de reabastecimento (FRVRP), ou que tenham em conta o efeito/custo do combustível. Esses problemas podem ser encontrados em Kuo (2010), Suzuki (2011), Bousonville et al (2011), Suzuki (2012), Xiao et al (2012) e Hao et al (2016).

Kuo (2010) adereçou o VRP com dependências temporais (*Time-Dependent Vehicle Routing Problem* (TDVRP)), tendo como principal objetivo a redução do consumo total de combustível. Pesquisa relacionada com o TDVRP pode ser encontrada, entre outros, nos artigos Kuo et al (2009) Ichoua et al (2003). O método utilizado para a resolução do problema é um algoritmo de *simulated annealing* e na sua fase de experimentação consideraram-se quatro cenários que apresentam diferentes variações de velocidade de circulação. Recorre ao problema Euclidiano de 100 clientes de Solomon (Solomon, 1987) de onde obtém um grafo com 100 clientes localizados de forma uniforme num quadrado $M \in \mathbb{R}^{100 \times 100}$. O algoritmo implementado apresentou resultados satisfatórios na redução do combustível consumido, mas não contemplou a obtenção de uma política de abastecimento.

Suzuki (2011) desenvolve uma modelo com vista a minimizar o consumo de combustível e as emissões poluentes num TSP com restrições temporais (TSPTW) ao minimizar a distância percorrida com cargas mais pesadas, sequenciando os clientes onde se descarregam as maiores cargas primeiro e, só depois os clientes de cargas mais leves. Desta forma, é possível percorrer maiores distâncias com cargas menores e reduzir o consumo do veículo. Foram utilizados dois métodos que se encontram descritos de seguida. Para um número de clientes $n = 5$ e $n = 10$ foi utilizada

uma técnica de enumeração para encontrar a solução ótima. Para $n = 15$ essa técnica consumia muito tempo computacional, o que levou à utilização de uma meta-heurística, o *compressed annealing* (presente, por exemplo, em [Ohlmann and Thomas \(2007\)](#)), que permitiu obter soluções de qualidade para o TSPTW. Apesar de o autor ter utilizado instâncias virtuais para o problema e de o número de clientes ser algo limitado (15 clientes no máximo), conseguiu mostrar que o peso das cargas tem impacto no consumo de combustível.

Uma extensão do *Vehicle Routing Problem with Time Windows*, que considera decisões de reabastecimento no modelo proposto, mais concretamente, considerando um FRVRP, foi proposta por [Boussonville et al \(2011\)](#). O problema de reabastecimento é baseado no modelo proposto em [Suzuki \(2008\)](#), e é apresentada uma metodologia que permite abordar os desvios para abastecer (*detours*) de uma forma alternativa face que o artigo em que se baseia ([Suzuki, 2008](#)). A metodologia introduzida pelo autor permite modelar desvios mais realistas situações onde o veículo visita uma estação de combustível entre dois clientes mas tem, no entanto, limitações quando o veículo visita mais do que uma estação nesse mesmo percurso. A abordagem ao VRPTW foi realizada com recurso a uma heurística proposta por Solomon ([Solomon, 1987](#)), de seu nome *Solomon II heuristic*. Nesta heurística as rotas são construídas de forma sequencial, tendo origem num nó semente (*seed*) para cada rota e os nós subsequentes são adicionados de forma sequencial e escolhidos por critérios heurísticos. Essa escolha é realizada em duas etapas. A primeira em que é realizada a validação das restrições mais clássicas (capacidade, janelas temporais), pois exigem menos capacidade computacional e a segunda etapa para a escolha do melhor nó, a viabilidade da política de reabastecimento é tida em consideração. Como limitações, é de referir que foram utilizadas instâncias virtuais (instâncias de referência de Solomon estendidas com as estações de combustível, respetivos preços e variabilidade entre esses preços) ([Boussonville et al, 2011](#)).

[Suzuki \(2012\)](#) abordou o problema *Traveling-Salesman Problem With Time Windows and Refueling* (TSPTWR) resultante da combinação dos problemas *Traveling-Salesman Problem With Time Windows* (TSPTW) e FRVRP). Utiliza, para isso, uma abordagem sequencial de dois passos onde o problema é dividido em dois subproblemas p1 e p2 correspondentes ao TSPTW e FRVRP, respetivamente. O problema p1 é resolvido utilizando a meta-heurística *compressed annealing* (presente, por exemplo, em [Ohlmann and Thomas \(2007\)](#)), que é uma variante do *simulated annealing*. Para o problema p2 foi proposto um algoritmo *simplex* em conjunto com uma técnica *branch-and-bound*. O objetivo do modelo foi minimizar o custo da política de abastecimento, mais concretamente, o produto da quantidade a abastecer com o preço do combustível. Este estudo esteve, no entanto, limitado pois as instâncias de teste eram compostas por 20 nós para instâncias virtuais e 10 nós para instâncias reais.

No mesmo ano, [Xiao et al \(2012\)](#) utilizaram o consumo de combustível como um fator relevante e dependente da carga de um veículo num CVRP. Deste modo, apresentam um modelo matemático para o CVRP onde caracterizaram o consumo de combustível (FCR – *Fuel Consumption Rate*) designando o problema resultante de FCVRP (onde o “F” denota o combustível). O consumo, diretamente relacionado com a carga do veículo, é baseado em dados de um relatório do Ministério do Território, Infraestruturas, Transportes e Turismo do Japão (*Ministry of Land,*

Infrastructure, Transport, and Tourism of Japan). Os autores recorrem a uma meta-heurística, *simulated annealing* com uma regra de permuta híbrida, para resolver o FCVRP. Utilizam dois tipos de instâncias: 7 de pequena/média dimensão (50-199 clientes) e 20 de grande dimensão (200-483 clientes). O algoritmo obtém bons resultados para o FCVRP e tem a capacidade de reduzir, em média, o consumo de combustível em 5% quando equiparado com o modelo do CVRP.

Um dos mais recentes estudos a respeito do *Vehicle Routing Problem*, mais concretamente do *Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickups and Deliveries and Time Windows* (VRP-SPDTW), com considerações sobre o custo do combustível, foi realizado por [Hao et al \(2016\)](#) onde o objetivo é a minimização do custo total para servir os clientes. Esse custo é obtido pela confluência de três fatores: (i) o consumo de combustível e as emissões de dióxido de carbono; (ii) o custo de *startup* do veículo; e (iii) o custo de depreciação e de operação do pessoal e do veículo. Dada a complexidade do problema é utilizado um algoritmo genético, com base no modelo apresentado pelo autor, que tem em conta, na função objetivo, os custos a considerar e as restrições necessárias ao problema. O estudo apresenta uma limitação no que toca à dimensão da instância utilizada, pois são apenas utilizados 8 nós (clientes) e dados virtuais. É sugerido, de forma a realizar uma análise mais completa de cada uma das parcelas da função objetivo que sejam atribuídos pesos a cada uma das parcelas com vista a obter algoritmos mais eficientes para a resolução do problema ([Hao et al, 2016](#)).

Uma outra variante de problemas de reabastecimento e roteamento foi apresentado por [Lin \(2014\)](#) e estudada em [Lin \(2015\)](#) e tem o nome de *Vehicle Refueling Planning*. Apesar de não ter sido realizado um estudo pormenorizado na presente dissertação pode ter relevância em próximas análises sobre este tema.

2.3 Métodos de solução

Visto que o problema em estudo é uma variante do VRP e, como apresentado no subcapítulo 2.1, este apresentar uma complexidade *NP-hard*, a escolha de um método exato como forma de resolução iria limitar o número de clientes da instância e dificultar a resolução do mesmo. Assim, para colmatar essas limitações, métodos heurísticos ou meta heurísticos devem ser considerados. Para isso, foi realizado um estudo aprofundado à meta-heurística ALNS, apresentado neste subcapítulo. A escolha dessa meta-heurística teve como base os seus resultados em aplicações a variantes do VRP (posteriormente apresentados).

O *Adaptative Large Neighborhood Search*, que pertence à classe de algoritmos de pesquisas em vizinhanças de muito larga escala ([Pisinger and Ropke, 2010](#)), foi introduzido por [Ropke and Pisinger \(2006a\)](#). Esta meta-heurística é uma extensão de uma outra originalmente proposta por [Shaw \(1997\)](#), o *Large Neighborhood Search* (LNS). A ideia por trás do LNS consiste na procura em vizinhanças grandes, que podem potencialmente conter mais e melhores soluções quando comparadas com vizinhanças mais reduzidas. A vizinhança é definida implicitamente por um operador de destruição e outro de reparação ([Wen et al, 2016](#); [Mattos Ribeiro and Laporte, 2012](#)), ao contrário da maioria dos algoritmos de pesquisa em vizinhanças. Os principais elementos desta

meta-heurística são os dois operadores referidos anteriormente (destruição e reparação) e o critério de aceitação.

O operador de destruição tem como papel destruir parcialmente a solução atual. O grau de destruição é um fator importante no que toca a este operador, pois com um grau de destruição reduzido o efeito da vizinhança alargada é perdido. Por outro lado, se o grau de destruição for demasiado elevado podem ser originadas soluções repetidas. Estas situações, onde o grau de destruição toma valores menos favoráveis ao algoritmo, podem trazer um baixo rendimento à meta-heurística. Por isso, [Ropke and Pisinger \(2006a\)](#) sugerem a utilização de um grau de destruição aleatório, dentro de um certo limite de valores dependentes do número de clientes visitados na solução, em cada iteração.

O operador de reparação que tem como missão reparar a solução parcial e criar uma nova solução completa. Pode ser de dois tipos: ótimo, no sentido de obter a melhor solução possível a partir da solução parcial, ou heurístico, caso a obtenção de uma boa solução seja suficiente. Do ponto de vista da diversificação, um operador ótimo pode não ser tão interessante, pois vai dificultar a saída de mínimos locais, pelo que a utilização de operadores heurísticos facilita essa saída. Analisando a utilização de operadores de reparação, existem certos problemas de otimização que podem ser decompostos em subproblemas. Neste caso, um cliente por inserir corresponde a um subproblema, podendo cada um desses subproblemas ser resolvido de forma individual. Assim, surge a necessidade de escolha entre heurísticas sequenciais (que resolvem os subproblemas um por um) e heurísticas paralelas (que resolvem os subproblemas em simultâneo). Enquanto as heurísticas sequenciais são mais fáceis de implementar têm a desvantagem de não olhar para o problema de forma global e, dessa forma, prejudicar a otimização nos últimos clientes a inserir que podem ser difíceis de agrupar nos locais disponíveis. As heurísticas paralelas evitam esse tipo de problemas ([Pisinger and Ropke, 2007](#)).

No que diz respeito ao critério de aceitação, também em cada iteração, a heurística parte de uma solução inicial s , procede à destruição parcial da mesma e sucessiva reparação o que origina uma nova solução s' . O critério de aceitação desta nova solução face à melhor solução já encontrada (ou à anterior) está diretamente relacionado com o propósito da pesquisa, ou seja, com a função objetivo que se pretende minimizar ou maximizar. Esse critério pode ser escolhido com base numa meta-heurística ou com base numa abordagem puramente descendente. Como sugerido em [Pisinger and Ropke \(2010\)](#), a utilização de uma meta-heurística, mesmo que simples, melhora o resultado face à abordagem puramente descendente, sendo por isso aplicado, por vezes, um critério similar ao usado no arrefecimento simulado (*simulated annealing*), onde a nova solução s' é aceite se for melhor que s ou, caso seja pior, existe uma probabilidade de ser aceite e a pesquisa continuar a partir de s' ([Pisinger and Ropke, 2010](#)).

O ALNS distingue-se do LNS ao permitir a utilização de diversos operadores de destruição e reparação dentro da mesma pesquisa e pode ser considerado uma *framework* de pesquisa local na qual um conjunto de algoritmos simples modificam a solução atual. Em cada iteração é escolhido um operador para destruir a solução atual e outro operador para reparar a solução previamente destruída ([Pisinger and Ropke, 2007](#)). Os operadores de destruição e reparação a serem utilizados

são selecionados de acordo com os seus pesos. Por sua vez, esses pesos são ajustados dinamicamente com base na performance do par de operadores destruidor/reparador em iterações passadas, ou seja, na qualidade das soluções obtidas por esse par. Desse modo o ALNS consegue adaptar-se à instância disponível e ao estado da pesquisa (Pisinger and Ropke, 2010).

Esta meta-heurística conseguiu obter bons resultados para uma grande diversidade de variantes de problemas de roteamento de veículos como o VRPTW e o CVRP (Pisinger and Ropke, 2007; Ropke and Pisinger, 2006b). Para a maioria das variantes testadas o ALNS tem de ser considerado a par ou melhor que as heurísticas concorrentes de acordo com a análise efetuada na publicação de 2010 em Pisinger and Ropke (2010). Mais recentemente o ALNS tem vindo a ser utilizado nos mais diversos problemas relacionados com o VRP como no *Two-Echelon Multiple-Trip Vehicle Routing Problem with Satellite Synchronization* (2E-MTVRP-SS) onde apresentou resultados satisfatórios em tempos razoáveis, no *Electric Vehicle Routing Problem* (E-VRP) e no *Multi Depot Multi Period Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet* (MDMPVRPHF) onde é relatada a eficácia e eficiência na pesquisa de vizinhanças alargadas em tempos computacionais curtos, entre outros artigos (Grangier et al, 2016; Wen et al, 2016; Mancini, 2016).

Através do último parágrafo é perceptível a flexibilidade e qualidade desta meta-heurística em problemas relacionados com o VRP e suas variantes. Por outro lado, a sua utilização em problemas de roteamento com considerações sobre o custo de combustível, o tema em foco na presente dissertação, é inexistente, sendo, por isso, uma lacuna na literatura atual sobre o tema. Essa lacuna abre assim uma janela de oportunidade para o desenvolvimento de uma nova abordagem do problema em questão.

2.4 Resumo

Em suma, no que concerne a problemas de abastecimento é possível agrupá-los em dois tipos: (i) *Fixed-Route Vehicle Refueling Problem* e (ii) *Variable-Route Vehicle Refueling Problem*. Em paralelo com estes, existem problemas de planeamento de rotas que consideram o custo de abastecimento do combustível com a junção do FRVRP ao VRP ou a outros problemas similares.

Para o FRVRP foram propostos, por vários autores, métodos exatos que otimizam o problema (Suzuki, 2008; Khuller et al, 2007). Por outro lado, existem métodos heurísticos utilizados por sistemas de otimização de combustível, os *fuel optimizers*, que dada a sua simplicidade são utilizados por empresas transportadoras. Da perspetiva dos investigadores, o FRVRP é, usualmente, um subproblema do seu principal problema. Normalmente, as considerações feitas ao VRVRP são “caminho em primeiro e política de reabastecimento em segundo” o que revela a importância de métodos de resolução/redução de esforço computacional para a otimização do FRVRP para os investigadores nestas áreas de pesquisa (Suzuki, 2014).

A resolução do VRVRP (que conjuga o SRP e o FRVRP), visto que é um problema muito próximo das circunstâncias que muitas empresas transportadoras enfrentam numa base diária, é relevante e existem, na literatura atual, diversas propostas que resolvem o problema até à sua solução ótima utilizando instâncias com dados reais (Suzuki and Dai, 2013, 2012).

Outras abordagens, próximas ao VRVRP, consideram problemas de planeamento de rotas como o VRP e o TSP em conjunto com o FRVRP, ou outras formas de ter em conta consumo/custo de combustível e/ou as emissões (Bousonville et al, 2011; Hao et al, 2016). Apesar de recentes problemas de reabastecimento já possuírem uma literatura significativa e avanços importantes na sua resolução com métodos exatos, os problemas de roteamento, nomeadamente, abordagens ao FRVRP como um subproblema do VRP são escassas pelo que, na pesquisa efetuada, apenas um estudo com essas características foi encontrado. Como essas características são o foco do problema em estudo, investigou-se um método que permitisse a resolução eficiente do problema e foi seguida uma sugestão dos autores de Bousonville et al (2011) que consistia na utilização de um método de pesquisa local. Desse modo, surgiu a meta-heurística ALNS como uma escolha válida face aos resultados que apresentou quando aplicada a diversas variantes do VRP.

Na Tabela 2.1 são resumidos os principais artigos revistos neste capítulo e o posicionamento desta dissertação.

Tabela 2.1: Resumo da informação contida nos artigos revisitos

Autor	Problemas de roteamento		Problemas de reabastecimento			Método de solução			Tipos de dados		
	VRP	TSP	FRVRP	VRVRP	Considera o Custo de Combustível?	Exato	Heurísticas	meta-heurísticas	Reais	Instâncias teóricas	
Hong Lin et al (2007)			X (simples)		X	Algoritmo ganancioso			-	-	
Lin (2008)		X	X (simples)	X	X	Programação Dinâmica			-	-	
Khulter et al (2007)			X (simples)	X	X	Programação Dinâmica			-	-	
Suzuki (2008)			X		X	Simplex + Branch-and-Bound				X	
Suzuki (2009)				X	X	Sistema de apoio à decisão heurístico				X	
Kuo (2010)	Time Dependent				X		Simulated annealing				X
Suzuki (2011)		Time Windows			X		Compressed annealing				X
Bousonville et al (2011)	Time Windows		X		X	Heurística de Solomon II				X	
Suzuki and Dai (2012)		Time Windows	X		X	Simplex + Branch-and-Bound		Compressed annealing	X	X	
Suzuki (2012)				X	X	Simplex + Branch-and-Bound			X		
Sweda and Klabjan (2012)				X		Programação Dinâmica			-	-	
Xiao et al (2012)	Capacitated				X			String-model-based Simulated annealing		X	
Suzuki and Dai (2013)				X	X	Simplex + Branch-and-Bound			X		
Suzuki (2014)			X (complexo)		X	Simplex + Branch-and-Bound e programa Visual Basic	Método de redução de variáveis		Obtido do ProMiles		
Suzuki et al (2014)			X		X	Programação linear			X		
Hao et al (2016)	Time Windows e Pickup and Delivery				X			Genetic Algorithm		X	
Este trabalho	Capacitated		X		X			ALNS		X	

Capítulo 3

Método desenvolvido

Para um correto desenvolvimento de uma solução, torna-se importante definir, a nível teórico, o problema em estudo. Assim, neste capítulo é apresentada uma formulação matemática para o problema que serve de base ao desenvolvimento da solução. Para além disso, são descritos os desenvolvimentos realizados na aplicação da meta-heurística ALNS ao CVRP e ao CVRP-*Refueling*. A implementação do ALNS para o CVRP corresponde a um dos módulos do método desenvolvido. A integração desse módulo com um método de cálculo de abastecimento (outro módulo) resultou no método desenvolvido para o CVRP-*Refueling*. O método desenvolvido foi baseada no algoritmo apresentado em [Pisinger and Ropke \(2010\)](#) que, por sua vez, está assente no algoritmo proposto por [Ropke and Pisinger \(2006a\)](#). As secções seguintes descrevem assim: (i) os fundamentos teóricos utilizados; (ii) os detalhes da implementação do ALNS adaptado para o CVRP; e (iii) os detalhes da implementação do ALNS adaptado para o CVRP-*Refueling*.

3.1 Formulação matemática

O VRP pode ser visto como um problema de planeamento de rotas que pretende minimizar a distância percorrida. Todas as rotas iniciam e terminam num (ou vários) armazém, são visitados um conjunto disseminado de clientes e podem ser definidas restrições de diversos tipos. Para descrever o problema em estudo na presente dissertação, assume-se $G = (V, A)$ como o grafo constituído pelo conjunto de vértices $V = \{0, \dots, n\}$ e pelo conjunto de arcos $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ ([Laporte, 2009](#)). O vértice 0 corresponde ao armazém (*depot*) que é considerado como um caso especial do conjunto dos vértices pois, ao contrário do restante conjunto V , que representa os clientes a visitar, o armazém não tem procura e corresponde ao elemento inicial e final de todas as rotas criadas. Cada um dos clientes apresenta um valor não negativo de procura que deve ser satisfeito. Para isso, um número de veículos é definido inicialmente onde cada veículo pode ser atribuído a uma e uma só rota. Cada veículo tem uma capacidade de transporte limitada e estão todos sediados no armazém (têm todos o mesmo ponto de partida). A cada elemento do conjunto A de arcos é atribuído um custo, $custo_{ij}$, que consiste na distância euclidiana entre os clientes i e j e permite calcular o custo total da rota. Uma solução do CVRP consiste num conjunto de

rotas nunca superior ao número de veículos disponíveis, que iniciam e terminam no armazém, onde todos os clientes são visitados por apenas um veículo sendo que a sua capacidade de cada veículo não é excedida. Apesar de existirem diversas variantes na definição do VRP, a definição apresentada neste parágrafo foi a considerada na presente dissertação. De referir também que foi assumido um CVRP simétrico onde $custo_{ij} = custo_{ji}$.

De forma a conseguir a interação da otimização de rotas com a otimização da política de abastecimento, foi realizada uma formulação que conjugue esses dois problemas. Assim, é proposto um novo modelo matemático que aborde estes dois problemas, e que serve de base para a implementação realizada. Ao assumir Ω como o conjunto de todas as estações ($\Omega \subset V$) e e ($e = 1, 2, \dots, l$) as estações pertencentes a Ω , considera-se a seguinte notação:

$Price_e$ = preço por litro de combustível na estação e

SF = quantidade de combustível na origem (combustível de arranque)

MG = consumo médio de combustível

TC = capacidade do depósito do veículo

LF = quantidade mínima de combustível a ser mantida no depósito durante toda a rota

MP = quantidade mínima que tem de ser abastecida numa estação

EF = quantidade requerida de combustível à chegada ao armazém (combustível final)

K = o conjunto total de veículos da frota

Q = capacidade do veículo

Variáveis de decisão:

x_{ij}^k = toma o valor 1 se o arco ij for percorrido na rota k e 0 se não.

y_i^k = toma o valor 1 se o cliente i for visitado na rota k e 0 se não.

z_i^k = toma o valor 1 se a estação e é visitada e 0 se não é visitada.

ϕ_e^k = quantidade de combustível a abastecer na estação e .

s_i^k = a quantidade de combustível no depósito do veículo k no cliente i .

Considerando a notação descrita, foi proposto o seguinte modelo matemático:

$$\text{Minimizar} \left\{ \sum_{k \in K} \sum_{e \in \Omega} Price_e \phi_e^k \right\} \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito a : } \sum_{j=1}^n x_{ij}^k = y_i^k, \forall i \in V \setminus \{0\}, k \in K \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji}^k = y_i^k, \forall i \in V \setminus \{0\}, k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ej}^k \leq z_e^k, \forall e \in \Omega, k \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{je}^k \leq z_e^k, \forall e \in \Omega, k \in K \quad (3.5)$$

$$\sum_{k=1}^m y_i^k = 1, i \in V, k \in K \quad (3.6)$$

$$\sum_{k=1}^{|K|} \sum_{j=1}^n x_{0j}^k \leq |K|, k \in K \quad (3.7)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i y_i^k \leq Q, k \in K \quad (3.8)$$

$$s_i^k - c_{ij} * MG + \phi_j^k \leq s_j^k + TC (1 - x_{ij}^k) \quad (3.9)$$

$$s_i^k - c_{ij} * MG + \phi_j^k \geq s_j^k - TC (1 - x_{ij}^k) \quad (3.10)$$

$$\phi_e^k \leq TC * z_e^k - s_e^k, \forall e \in \Omega, k \in K \quad (3.11)$$

$$\phi_e^k \geq MP * z_e^k, \forall e \in \Omega, k \in K \quad (3.12)$$

$$s_i^k \geq LF, \forall i \in V \setminus \{0\}, k \in K \quad (3.13)$$

$$s_0^k \geq SF, \forall k \in K \quad (3.14)$$

$$s_0^k \geq EF, \forall k \in K \quad (3.15)$$

A função objetivo 3.1 consiste em minimizar o custo de abastecimento de todas as rotas, ou seja, o produto da quantidade a abastecer com o preço das estações de combustível utilizadas, em todas as rotas da solução. As restrições 3.2 e 3.3 garantem o fluxo das rotas, ou seja, se um veículo percorre o arco ij , implica que os clientes i e j sejam visitados por essa ordem. As restrições 3.4 e 3.5 têm o mesmo papel das anteriores, mas funcionam para as estações de combustível. A restrição 3.6 garante que um cliente deve ser visitado uma e uma só vez. A restrição 3.7 assegura que o número de veículos disponíveis não é excedido e a 3.8 garante que o limite de capacidade dos veículos é cumprido. As restrições 3.9 e 3.10 calculam o combustível que está no depósito de cada veículo em cada local (eliminando também *subtours*). A restrição 3.11 apenas permite um veículo abastecer na estação e caso a visite limitando, ao mesmo tempo, a quantidade a abastecer, de forma a que a capacidade do depósito não seja excedida. A quantidade mínima de abastecimento é definida pela restrição 3.12. A restrição 3.13 define o nível mínimo de combustível em cada veículo. Por último, as restrições 3.14 e 3.15 garantem que o combustível no arranque e na chegada sejam superiores aos limites definidos.

Em resumo, a formulação matemática apresentada serve de base para a descrição do problema em estudo, pois foi utilizada uma abordagem heurística ao problema. Recorrendo ao grafo $G = (V, A)$, introduzido pela definição do VRP, os vértices V são estendidos através da adição de estações de combustível ao conjunto $V = \{0, \dots, n, n+1, \dots, n+l\}$, o que, consequentemente, acrescenta novos arcos ao conjunto de arcos A . Com recurso à meta-heurística ALNS este problema será abordado com vista a gerar as rotas cujo custo de abastecimento da solução seja mínimo. A Figura 3.1 espelha um exemplo do grafo G , ao apresentar os clientes como pontos azuis e as estações de combustível como pontos laranja.

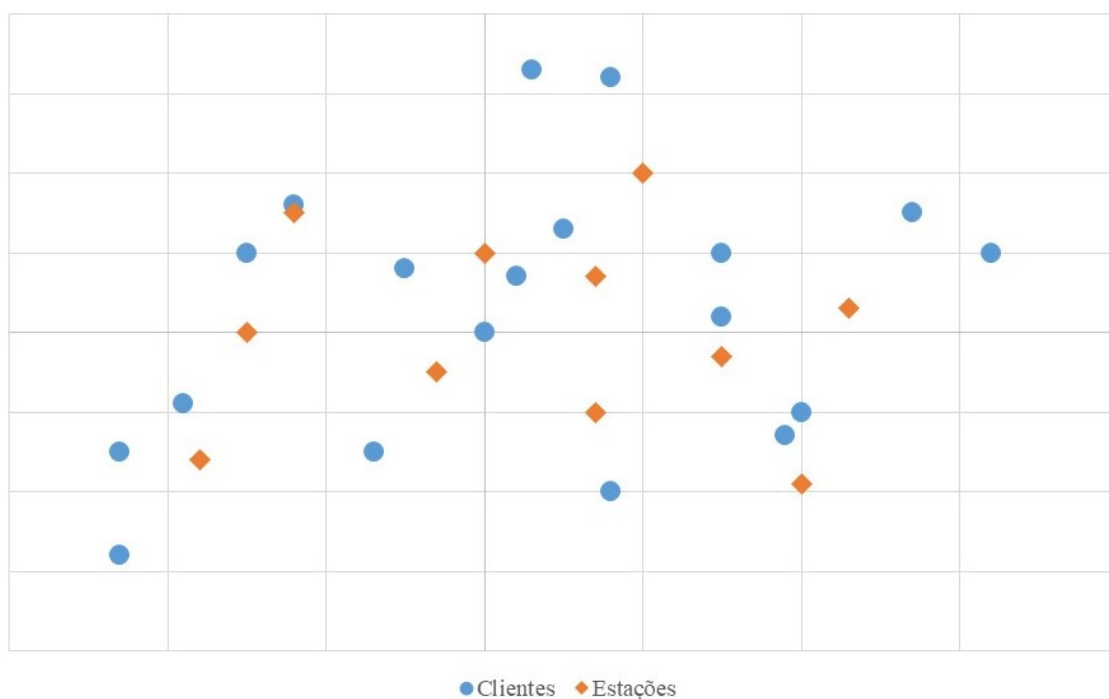


Figura 3.1: Exemplo do grafo considerado

Um exemplo de uma solução pode ser observado na Figura 3.2.

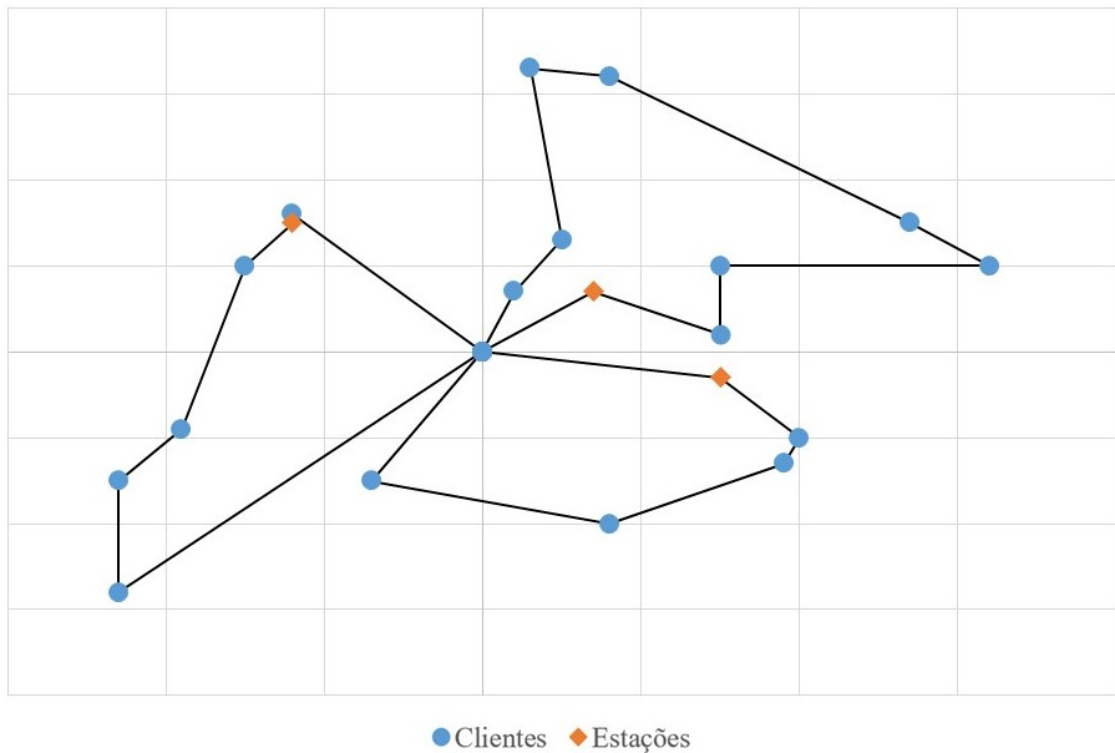


Figura 3.2: Exemplo de solução considerando o grafo ilustrativo

As Figuras 3.1 e 3.2 pretendem mostrar que as instâncias a considerar neste problema têm necessariamente de conter clientes e estações de combustível, e que todas as rotas são forçadas a visitar pelo menos uma estação no seu percurso, para conseguir manter os níveis de combustível exigidos pelo modelo. Estas figuras servem apenas de exemplo.

3.2 Desenvolvimento do ALNS para o CVRP

Tendo como ponto de partida a definição do ALNS, descrita na secção 2.3, foi realizada a implementação de um dos módulos constituintes do método desenvolvido, o ALNS adaptado para um CVRP. Neste tipo de problema, as restrições são a capacidade limitada do veículo, o número de veículos e a procura dos clientes e o objetivo é a minimização da distância percorrida. Apesar do problema a considerar ser a variante mais simples do VRP, o objetivo desta fase consistiu em validar a meta-heurística ALNS desenvolvida para a posterior integração para o CVRP-*Refueling*. Essa validação será demonstrada através da apresentação de resultados. O algoritmo 1, retirado de [Ropke and Pisinger \(2006a\)](#), foi seguido como base para a implementação.

Algorithm 1 Adaptative Large Neighborhood Search

```

1: input: uma solução admissível  $s$ ;
2:  $s^b = s$ ;  $\rho^- = (1, \dots, 1)$ ;  $\rho^+ = (1, \dots, 1)$ ;
3: repeat
4:   selecionar o método de destruição e de reparação  $d \in \Omega^-$  e  $r \in \Omega^+$  utilizando  $\rho^-$  e  $\rho^+$ ;
5:    $s^t = r(d(s))$ ;
6:   if  $\text{aceita}(s^t, s)$  then
7:      $s = s^t$ ;
8:   end if
9:   if  $f(s^t) < f(s^b)$  then
10:     $s^b = s^t$ ;
11:  end if
12:  atualiza  $\rho^-$  and  $\rho^+$ ;
13: until o critério de paragem ser atingido
14: return  $s^b$ 

```

Como se percebe pela análise do pseudocódigo, o ALNS recorre a uma solução inicial para começar a pesquisa. Na presente implementação, essa solução inicial foi construída com recurso a uma heurística básica de inserção sequencial. A inserção de clientes é realizada utilizando como critério de seleção a distância percorrida entre o cliente a inserir, o cliente anterior e o seguinte. Uma iteração do algoritmo consiste na escolha de uma par de operadores de destruição (d) e reparação (r) da solução, com base nos seus pesos. Esses operadores atuam sobre a solução atual s que dá origem à nova solução s^t . Essa solução é de seguida analisada pelo critério de aceitação e comparada com a melhor solução encontrada até ao momento s^b . A função objetivo f consiste na minimização da distância percorrida, como apresentado na seguinte expressão:

$$f = \sum c_{ij} * x_{ij}, \forall i, j \in V \quad (3.16)$$

Perante os resultados obtidos, os pesos ρ^- e ρ^+ são atualizados. A pesquisa termina quando o critério de paragem é atingido. As principais características da meta-heurística ALNS estão descritas nos seguintes subcapítulos, nomeadamente os operadores de destruição e de reparação, os comportamentos adaptativos, os critérios de aceitação e de paragem, bem como outras informações consideradas relevantes.

3.2.1 Operadores de destruição

Tendo como base o artigo [Ropke and Pisinger \(2006a\)](#), três operadores de destruição foram utilizados: *Random removal* (remoção aleatória), *Shaw removal* (heurística de remoção proposta por [Shaw \(1997\)](#)) e *Worst removal* (remoção pelos piores). Um fator comum a todos os operadores de destruição é o número de clientes a remover q . Esse número, introduzido na secção 2.3 como grau de destruição, foi definido tal como sugerido em [Ropke and Pisinger \(2006a\)](#), ou seja, um

número dentro de um limite de valores dependentes do número de clientes visitados na solução. Os limites foram fixados entre 10% e 50% do número de clientes da instância em causa logo, o número de clientes a remover será um valor aleatório dentro desses limites. Nas subsecções seguintes são apresentados os detalhes de cada um dos operadores de destruição.

3.2.1.1 *Shaw removal*

O objetivo deste operador de destruição é remover da solução, clientes que sejam, de alguma forma, similares pois, dessa forma, a mistura dos clientes removidos torna-se mais fácil e assim, as possibilidades de gerar melhores soluções aumentam. Por outro lado, se a escolha recair sobre a remoção de clientes com características muito diferentes, a reinserção pode não trazer nenhum benefício ao progresso do algoritmo. Nesse cenário, é possível que os únicos locais disponíveis para inserir os clientes removidos sejam as suas posições originais ou posições com custos muito elevados. Tal como apresentado em [Ropke and Pisinger \(2006a\)](#) a semelhança entre dois clientes i e j é definida utilizando um grau de parentesco (*relatedness measure*) $R(i, j)$ que, quanto mais pequeno for o seu valor maior é a semelhança entre os clientes.

Como nesta fase o problema em questão abrangia um CVRP, as características que interessavam analisar no cálculo do grau de parentesco entre dois clientes consistiam na sua proximidade geográfica e na sua procura. Deste modo, o grau de parentesco utilizado compreende dois termos, cada um relativo a cada uma das características de interesse (distância e capacidade). Esses termos foram pesados utilizando os pesos φ e γ . Assim, o grau de parentesco é dado pela seguinte expressão:

$$R(i, j) = \varphi * d_{i,j} + \gamma * (|c_i - c_j|) \quad (3.17)$$

De notar que, $d_{i,j}$ corresponde à distância euclidiana entre os clientes (i e j) e c_i à procura do cliente i . O termo pesado por φ diz respeito à proximidade geográfica e o termo pesado por γ à diferença de procura dos clientes.

Algorithm 2 Shaw Removal

```

1: function SHAW REMOVAL ( $s \in \{\text{soluções}\}$ );
2:   cliente :  $c =$  um cliente escolhido aleatoriamente;
3:   conjunto de clientes removidos :  $D = \{c\}$ ;
4:   remover o cliente  $c$  da solução  $s$ ;
5:   while  $|D| < q$  do
6:      $c_r =$  um cliente escolhido aleatoriamente de  $D$ ;
7:     Vetor :  $L =$  um vetor que contém todos o clientes de  $s$  que não estejam contidos em  $D$ ;
8:     ordenar  $L$  de modo a que  $i < j \Rightarrow R(c_r, L[i]) < R(c_r, L[j])$  ;
9:     escolher um número aleatório  $y$  do intervalo  $[0,1[$ ;
10:    cliente a remover :  $c = \{L[y^p | L|]\}$ ;
11:     $D = D \cup \{c\}$ ;
12:    remover o cliente  $c$  da solução  $s$ ;
13:   end while
14: end function

```

O processo de remoção de clientes segundo esta heurística, apresentado em pseudocódigo no algoritmo 2, escolhe inicialmente um cliente de forma aleatória para remover e é guardado num conjunto D de clientes removidos. Dado esse conjunto de clientes removidos o algoritmo seleciona um cliente aleatório c_r dos presentes em D , calcula o grau de parentesco entre c_r e todos os clientes ainda por remover. De seguida, ordena-os em L por ordem decrescente de semelhança, ou seja, os mais similares nos primeiros lugares. Por último, o cliente é escolhido utilizando a expressão da linha 10 do algoritmo 2. A essa escolha é adicionada aleatoriedade através dos parâmetros y e $p \geq 1$ (um valor baixo de p corresponde a muita aleatoriedade). A utilização destes parâmetros impossibilita a escolha dos clientes com os graus de parentesco mais próximos adicionando uma variabilidade que pode ajudar na diversificação de soluções. Este processo é repetido até o número q de clientes removidos ser o pretendido.

3.2.1.2 Random removal

Tal como o nome indica, o operador *Random removal* seleciona de forma aleatória n clientes e remove-os da solução atual. O operador *Random removal* pode ser vista como um caso especial do operador Shaw removal com $p = 1$ (Ropke and Pisinger, 2006a). O processo do operador é simples. Realiza um número de iterações igual ao número de clientes que se pretende remover e, em cada uma delas, seleciona um cliente de forma aleatória da solução atual efetuando a sua remoção. Este operador tende a obter um conjunto pobre de clientes removidos, dada a sua ignorância face aos custos de remoção dos clientes escolhidos, o que pode ser considerado uma vantagem na diversificação da procura (Mattos Ribeiro and Laporte, 2012).

3.2.1.3 Worst removal

Neste operador de destruição, o fator a analisar é o custo da solução s sem um certo cliente i de forma a verificar quais os clientes mais dispendiosos de visitar na atual solução. Esse custo é definido da seguinte forma:

$$custo_r(i, s) = f(s) - f^{-i}(s) \quad (3.18)$$

onde $f(s)$ é o custo da solução s e $f^{-i}(s)$ é o custo da solução sem o cliente i . Clientes com custos elevados (um valor alto da função $custo_r(i, s)$) indicam que podem estar localizados em locais pouco proveitosos da solução, pelo que, este operador de destruição propõe a remoção desses mesmos clientes com o propósito de os recolocar noutras posições melhorando assim o custo total da solução.

Algorithm 3 Worst Removal

```

1: function WORST REMOVAL( $s \in \{soluções\}$ );
2:   Vetor :  $L =$  contém todos o clientes de  $s$ ;
3:   ordenar  $L$  de forma descendente pelo  $custo_r(i, s)$ ;
4:   while  $q > 0$  do
5:     escolher um número aleatório  $y$  do intervalo  $[0, 1[$ ;
6:     cliente a remover :  $c = \{L[y^p | L|]\}$ ;
7:     remover o cliente  $c$  da solução  $s$  e do vetor  $L$ ;
8:      $q = q - 1$ ;
9:   end while
10: end function

```

O pseudocódigo do Algoritmo 3 mostra uma adaptação da heurística *Worst removal* proposta em [Pisinger and Ropke \(2010\)](#). Algumas ideias apresentadas na secção 3.2.1.1 são reutilizadas neste algoritmo: a ordenação (neste caso pelo pior custo) e a escolha dos clientes com o fator de aleatoriedade. Tal como na secção referida, os clientes são ordenados de forma descendente segundo a função $custo_r(i, s)$ no vetor L , sendo ordenados apenas uma vez, daí ser considerado uma adaptação da heurística *Worst removal*. O parâmetro p garante que a escolha tem um certo grau de incerteza, o que previne situações onde os clientes removidos são os mesmos.

3.2.2 Operadores de reparação

Tal como na secção 3.2.1 os operadores de reparação utilizadas foram baseadas no artigo [Ropke and Pisinger \(2006a\)](#). Como o propósito destes operadores é completar rotas parciais previamente destruídas, a reparação de cada rota pode ser considerada um subproblema individual. Os operadores abordam o problema de uma forma sequencial ou em paralelo, tal como descrito na secção 2.3. Na implementação realizada são utilizados: um operador em paralelo (Heurística *Regret*) e outro operador que combina inserção sequencial e em paralelo (Heurística *Greedy*). A sua utilização será num contexto com um certo número de rotas parciais e um conjunto de clientes

para completar tais rotas (raramente são construídas rotas de raiz). Esta subsecção apresenta e descreve os operadores implementados.

3.2.2.1 Heurística Greedy

Este operador utiliza uma abordagem gananciosa simples que insere um cliente no local onde o custo de inserir é mais baixo, utilizando uma combinação entre inserção sequencial e em paralelo. Cada vez que é chamada, executa no máximo n iterações em que n corresponde ao número de clientes a inserir. $\Delta f_{i,k}$ representa a variação no custo da solução caso o cliente i seja inserido na rota k na posição onde o valor dessa variação é mais reduzido. Essa variação corresponde à diferença entre o custo da solução com e sem o cliente i :

$$\Delta f_{i,k} = f^{+i}(s) - f(s) \quad (3.19)$$

Considerando um exemplo onde o cliente i é inserido entre os clientes α e β , o custo da solução com o cliente i pode ser calculado da seguinte forma (onde $d_{i,\alpha}$ corresponde à distância euclidiana entre i e α):

$$f^{+i}(s) = f(s) + d_{i,\alpha} + d_{i,\beta} - d_{\alpha,\beta} \quad (3.20)$$

Ou seja, numa solução com K rotas, o custo de inserir o cliente i na melhor posição possível é mantido em c_i e definido como:

$$c_i = \min(\Delta f_{i,k}), k \in K \quad (3.21)$$

No seu processo, verifica quais os clientes removidos e organiza-os de forma aleatória numa estrutura de dados. Essa estrutura é percorrida de modo a encontrar, de forma sequencial, a posição de custo mínimo (posição onde a inserção do cliente i provoca a mínima variação do custo total da solução) para o primeiro cliente ao analisar. Esse cliente é então inserido e a estrutura de dados que contém os clientes removidos é percorrida até que todos sejam inseridos na solução. Caso algum cliente não consiga ser inserido em nenhuma das rotas já existentes na solução, uma nova rota é criada. Essa rota, mesmo que não seja admissível devido à limitação do número de veículo, serve como auxiliar para a criação de uma solução que visite todos os clientes. Esta exceção só é permitida pois a existência de uma rota que apenas visite um cliente é pouco produtiva e o algoritmo vai tentar agrupar esse cliente noutras rotas de forma a otimizar o custo da solução.

A utilização de uma estrutura de dados que organiza os clientes de forma aleatória permite reduzir o impacto da principal limitação desta heurística, ainda que de forma aleatória. Essa limitação consiste na postergação dos clientes com custos de inserção (c_i) mais elevados para as últimas iterações, onde as oportunidades para inserir esses clientes são reduzidas porque muitas das rotas já se encontram completas. Apesar de ajudar a reduzir esse efeito, a implementação adotada pode diminuir o número de inserções nas posições de custo mínimo devido à sua aleatoriedade.

3.2.2.2 Heurística *Regret*

A heurística *Regret* ou heurística de arrependimento incorpora uma perspectiva de maior profundidade no processo de seleção de um cliente para inserir. Tem em consideração não só o melhor custo de inserir, mas sim os $q \geq 1$ melhores custos de inserir. Este operador, que funciona em paralelo, tenta melhorar o comportamento miópico das heurísticas gananciosas (Potvin and Rousseau, 1993). Dado um conjunto de clientes removidos D , para um cliente $i \in D$, Δf_i^q simboliza a variação no custo da solução causada pela inserção do cliente i na sua melhor posição (calculado da forma apresentada na equação 3.19) na q -ésima rota mais vantajosa para o cliente (por exemplo, Δf_i^2 corresponde à variação no custo da solução ao inserir o cliente i na sua melhor posição na segunda rota mais barata). Em cada iteração, a heurística *Regret* escolhe o cliente que maximiza o custo de arrependimento $custo_i^r$, com:

$$custo_i^r = (\Delta f_i^2 - \Delta f_i^1) \quad (3.22)$$

O cliente, pertencente ao conjunto D , com o máximo valor de $custo_i^r$ é inserido na melhor rota na sua posição de custo mínimo. O objetivo é maximizar a diferença entre o custo de inserir o cliente i na melhor rota e na segunda melhor rota. Esse processo é repetido até todos os clientes serem inseridos.

O processo descrito no parágrafo anterior corresponde a um operador heurístico *regret-2* que pode ser estendido para um grupo de operadores heurísticos de arrependimento: a heurística *Regret- q* . De forma genérica, as heurísticas com $q > 2$ analisam o custo de inserir um cliente nas q melhores rotas. A escolha do cliente é feita com base na diferença do custo de inserir na melhor rota e nas $q - 1$ melhores rotas. Essas heurísticas escolhem o cliente a inserir i' através da seguinte função:

$$custo_{i'}^r = \max \sum_{h=2}^q (\Delta f_{i'}^h - \Delta f_{i'}^1) \quad (3.23)$$

Em muitas situações existem clientes que podem ser inseridos em m rotas ($m < \text{número total de rotas da solução}$). Devido a essa possibilidade, os clientes são priorizados pelo número crescente de rotas onde podem ser inseridos. Isso permite inserir em primeiro lugar clientes que tenham menores possibilidades (menor número de rotas) de ser inseridos face a outros e, assim, só são comparados os custos de *regret* $custo_{i'}^r$ de clientes que possam ser inseridos no mesmo número m de rotas. Caso os custos de arrependimento de dois clientes sejam iguais é escolhido o cliente com menor custo de inserção na melhor posição da melhor rota.

Para facilitar a compreensão do procedimento deste operador, pode consultar-se o pseudocódigo do algoritmo 4 que descreve, detalhadamente, a ideia utilizada na implementação da heurística *Regret- q* . Na implementação efetuada foram utilizadas três heurísticas deste tipo com o q igual a 2, 3 e 4.

Algorithm 4 Heurística *Regret-q*

```

1: function Q-REGRET INSERTION( $s \in \{soluções\}$ ,  $Q \in \mathbb{N}$ )
2:   Vetor :  $L$  = melhores posições em cada rota de clientes por inserir e # de rotas onde cada
   cliente pode ser inserido;
3:   while tamanho de  $L \neq 0$  do
4:     Ordenar de forma crescente  $L$  por # de rotas onde cada cliente pode ser inserido;
5:     calcular o regret ( $custo_i'$ ) de todos os clientes de  $L$  com o mínimo # de rotas onde
   cada cliente pode ser inserido;
6:      $c$  = cliente em  $L$  com maior valor de regret;
7:     Inserir  $c$  na solução  $s$ ;
8:     Remover  $c$  de  $L$ ;
9:     Recalcular  $L$ ;
10:  end while
11: end function

```

3.2.3 Escolha dos operadores

Nas secções anteriores (secção 3.2.1 e 3.2.2) foram apresentados os operadores implementados para destruição (*Random*, *Shaw* e *Worst*) e reparação (Heurística *Greedy*, *Regret-2*, *Regret-3* e *Regret-4*) da solução, respetivamente. A utilização de um conjunto de heurísticas, como operadores, aumenta a robustez da meta-heurística, pois algumas heurísticas de destruição/reparação podem ser mais adequadas a um tipo de instâncias e outras heurísticas mais adequadas a outro tipo de instâncias (Ropke and Pisinger, 2006a).

O processo de escolha de um par de operadores de destruição e reparação é realizado com base num mecanismo de roleta, onde a cada par de operadores de destruição/reparação corresponde um peso ω_{ij} que mede a performance desse par em iterações passadas. Considerando que foram utilizados três operadores de destruição e quatro de reparação, a probabilidade de selecionar o par ij pode ser obtido através da expressão:

$$\frac{\omega_{ij}}{\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 \omega_{ij}} \quad (3.24)$$

Em Mattos Ribeiro and Laporte (2012) e Ropke and Pisinger (2006a) é proposta a escolha independente dos operadores de destruição e de reparação, o que implica a existência de pesos individuais. No entanto, na presente dissertação, foram utilizados pesos correspondentes a pares de operadores. Essa utilização de pesos pares de operadores, contrariamente à utilização de pesos individuais, tem como objetivo beneficiar o par de operadores utilizados. É credível que essa combinação traga benefício ao algoritmo face à situação de apenas privilegiar as dois operadores de forma independente, como acontece nos artigos referidos. Esse benefício acontece devido ao facto de existirem operadores de destruição que têm melhores comportamentos com determinadas operadores de reparação e vice-versa.

3.2.4 Ajuste adaptativo dos pesos

Nesta secção é descrito o processo de ajuste automático dos pesos ω_{ij} , apresentados na secção anterior, com base na performance dos operadores em iterações anteriores. O objetivo é medir a qualidade do comportamento de cada par de operadores, atribuindo-lhes uma pontuação face às suas performances recentes. Quanto maior for essa pontuação, melhor terá sido o comportamento do par de operadores, e isso aumenta a probabilidade de escolha desse par no futuro da pesquisa. A pesquisa é dividida em segmentos que correspondem, cada um deles, a um conjunto de iterações do algoritmo (no caso desta implementação cada segmento correspondeu a 100 iterações). No início de cada segmento a pontuação de cada par de operadores toma o valor zero e, ao fim de cada iteração do ALNS, essa pontuação pode ser incrementada com um dos seguintes valores, face ao seu comportamento:

- σ_1 – A última operação destruição-reparação deu origem a uma nova melhor solução da pesquisa até ao momento;
- σ_2 – A última operação destruição-reparação deu origem a uma solução melhor que a solução atual mas pior que a melhor solução;
- σ_3 – A última operação destruição-reparação deu a origem a uma solução pior que atual mas que é aceite.

Analisando os três valores de pontuação possíveis, σ_1 premeia os pares de operadores que conseguem encontrar novas melhores soluções. Da mesma forma que encontrar melhores soluções é positivo, encontrar soluções que melhorem a solução atual também é positivo, pois indica que esses pares de operadores estão a seguir o caminho da função objetivo, ou seja, a avançar com a pesquisa sendo assim atribuído o peso σ_2 . Por último, o fator σ_3 atribui pontuação em situações que valorizam a diversificação da pesquisa. Foram utilizados para cada uma das pontuações σ_1 , σ_2 e σ_3 os valores 15, 10 e 5, respetivamente.

No final de cada segmento dá-se o ajuste adaptativo dos pesos através do cálculo de novos pesos, com base nas pontuações obtidas para cada par de operadores nesse segmento. Assumindo ρ_{ij} e θ_{ij} como, respetivamente, a pontuação do par ij e o número de vezes que o par de operadores ij foi utilizado no segmento l , os pesos para o segmento seguinte $l + 1$ são calculados da seguinte forma:

$$\omega_{ij,l+1} = \omega_{ij,k} * (1 - r) + r * \frac{\rho_{ij}}{\theta_{ij}} \quad (3.25)$$

O fator r , fator de reação, controla a velocidade de atualização dos pesos face à eficiência dos pares de operadores. Este fator, que toma um valor entre 0 e 1, permite regular a importância dada aos pesos de segmentos passados para o segmento seguinte. Quanto menor for o r maior importância é dada aos pesos provenientes do segmento anterior.

3.2.5 Critério de aceitação e critério de paragem

Tal como foi descrito na secção 3.2, o critério de aceitação é um fator importante da implementação. Ao utilizar um tipo de critério que só aceite soluções melhores que as atuais, o ALNS teria tendência para ficar preso em mínimos locais. Assim, aceitar ocasionalmente soluções piores que a atual é razoável. Desse modo, foi escolhido o critério de aceitação utilizado na meta-heurística *simulated annealing* (arrefecimento simulado), ou seja, dada uma solução s , uma solução vizinha s' é aceite caso $f(s') < f(s)$ (onde $f(x)$ corresponde ao custo da solução x) ou é aceite com uma probabilidade de

$$e^{-(f(s')-f(s)/T)}, \quad (3.26)$$

onde $T > 0$ corresponde à temperatura (Pisinger and Ropke, 2007; Mattos Ribeiro and Laporte, 2012; Ropke and Pisinger, 2006a).

A temperatura começa num valor T_{start} e é multiplicada por um fator de arrefecimento c todas as iterações, em que $0 < c < 1$. O arrefecimento vai dificultar a aceitação de soluções piores à medida que a pesquisa se aproxima do seu fim. Em Ropke e Pisinger é sugerido que a melhor escolha para a temperatura inicial T_{start} deve ser dependente da instância que está a ser testada (Pisinger and Ropke, 2007; Ropke and Pisinger, 2006a). Dessa forma, em vez de o valor da temperatura inicial ser definido como um parâmetro fixo, é calculado com base na solução inicial obtida. Esse valor foi calculado para uma nova solução 2% pior que a melhor solução encontrada ser aceite com uma probabilidade de 50%, no início da pesquisa.

O critério de paragem utilizado correspondeu ao número de iterações definido para realizar na pesquisa.

3.3 Desenvolvimento do ALNS para o CVRP-Refueling

A implementação do ALNS para o CVRP foi estendida para o CVRP-Refueling (que consiste num CVRP com que considera uma política de reabastecimento). Para isso, foi necessário alterar o algoritmo previamente implementado baseado no pseudocódigo da secção 3.2 de forma a contemplar as alterações desejadas.

Algorithm 5 Adaptive Large Neighborhood Search com abastecimento

```

1: input: uma solução admissível  $s$ ;
2:  $s^b = s$ ;  $\rho^- = (1, \dots, 1)$ ;  $\rho^+ = (1, \dots, 1)$ ;
3: repeat
4:   seleccionar o método de destruição e de reparação  $d \in \Omega^-$  e  $r \in \Omega^+$  utilizando  $\rho^-$  e  $\rho^+$ ;
5:    $s^t = r(d(s))$ ;
6:   calcular a política de abastecimento de  $s^t$ ;
7:   if  $aceita(s^t, s)$  then
8:      $s = s^t$ ;
9:   end if
10:  if  $f'(s^t) < f'(s^b)$  then
11:     $s^b = s^t$ ;
12:  end if
13:  atualizar  $\rho^-$  and  $\rho^+$ ;
14: until o critério de paragem é atingido
15: return  $s^b$ 

```

Ao consultar a linha 6 do algoritmo 5 denota-se a primeira alteração, a adição de um método heurístico gerador de uma política de reabastecimento baseado no modelo exato do *Fixed-Route Vehicle Refueling Problem* proposto em Suzuki (2012, 2008) e apresentado na secção 3.1. Esse método é utilizado sempre após a geração da nova solução de cada iteração, por forma a calcular o custo de abastecimento da nova solução e assim compará-lo com as soluções guardadas. A linha 10 representa uma nova função objetivo, f' , que pretende minimizar o custo de abastecimento, ou seja, a soma das quantidades abastecidas durante cada rota multiplicadas pelo preço unitário de cada estação de abastecimento visitada. Uma última alteração reside num método de prémio introduzida nos operadores de reparação para ajudar a pesquisa a escolher clientes mais vantajosos. Este método de prémio ajuda a unificar a fase de reparação da solução com o cálculo do abastecimento. Estas alterações foram consideradas as necessárias de modo a introduzir na pesquisa o cálculo da política de abastecimento e a apoiar a pesquisa no objetivo de minimizar o custo dessa política.

3.3.1 Método de cálculo do abastecimento

Para a introdução das estações de combustível nas rotas e as respetivas quantidades a abastecer em cada estação (a política de abastecimento) foi desenvolvido um método heurístico. O método foi inspirado no modelo apresentado em Suzuki (2012, 2008) que, apesar de exato, permitiu a sua adaptação para um método heurístico que pudesse ser integrado na meta-heurística ALNS.

O objetivo do método, dada uma rota previamente criada, consiste em calcular quais as melhores estações de combustível a utilizar durante a rota e as quantidades a abastecer em cada uma das estações de forma a cumprir as restrições desejadas.

O cumprimento destas restrições, apresentadas na secção 3.1, permite tornar a abordagem mais realista e considerar fatores que em cenários empresariais são importantes, o que valoriza o método implementado. Para além do cumprimento das restrições apresentadas, este método funciona olhando toda a rota no processo de escolha das estações a abastecer. Esse olhar transversal permite, por exemplo, a escolha de estações que se situem próximas do percurso já delineado e cujo preço unitário do combustível seja baixo.

O algoritmo 6 representa o pseudocódigo do método implementado.

Algorithm 6 Cálculo do abastecimento

```

1: function CALCULA ABASTECIMENTO( $s \in \{soluções\}$ )
2:   Mapa :  $M$  = guarda as necessidades de combustível de cada rota da solução  $s$ ;
3:   repeat
4:     excluir arcos e estações inválidas;
5:      $custo\_fuel$  = calcula o custo de cada estação, para cada par de pesos  $\xi_1$  e  $\xi_2$ ;
6:      $custo\_fuel$  mínimo e estação admissível: guardar a estação  $e_{feasible}$  e o arco de inser-
       ção  $a_{feasible}$ ;
7:      $custo\_fuel$  mínimo: guardar a estação  $e_{absolute}$  e o arco de inserção  $a_{absolute}$ ;
8:     if  $e_{feasible} == e_{absolute}$  then
9:       calcular a quantidade  $\phi_e^k$  a abastecer;
10:      inserir  $e_{feasible}$  entre o arco  $a_{feasible}$  e abastece  $\phi_e^k$ ;
11:     else
12:       calcular a quantidade  $\bar{\phi}_e^k$  a abastecer para chegar a  $e_{absolute}$ ;
13:       inserir  $e_{feasible}$  entre o arco  $a_{feasible}$  e abastece  $\bar{\phi}_e^k$ ;
14:     end if
15:     if  $necessidade\ de\ combustível\ da\ rota == 0$  then
16:       avançar para a próxima rota;
17:     end if
18:   until todas as rotas de  $M$  estarem satisfeitas
19: end function

```

Analisando o algoritmo 6, utilizado para o desenvolvimento do método de cálculo do abastecimento das rotas, pode ver-se que no mapa M são guardadas as necessidades de combustível de cada rota, ou seja, a diferença entre a quantidade de combustível que é exigida na chegada ao armazém e o combustível na chegada ao armazém quando nenhum abastecimento é realizado. Esse mapa é utilizado para percorrer todas as rotas da solução e saber quais as necessidades de combustível de cada uma delas, evitando abastecimentos excessivo do veículo. No final de cada iteração, essas necessidades são atualizadas consoante a quantidade definida para abastecer. O processo de obter a política de abastecimento da rota termina quando as necessidades dessa rota são 0, ou seja, quando a quantidade de combustível que é exigida na chegada ao armazém é atingida.

Avançando no pseudocódigo, e reduzindo a análise para apenas uma rota (a partir da linha 4),

as primeiras ações são a exclusão quer de arcos, quer de estações de combustível consideradas inválidas. No que toca aos arcos inválidos estes correspondem a todos os arcos até à última estação de combustível visitada. Por exemplo, se a estação e foi inserida entre os clientes a e b todos os arcos da rota até ao arco $a - e$ são considerados inválidos, pois até aquela estação o abastecimento encontra-se concluído. Esta ação foi tomada de forma a prevenir a situação de exceder a capacidade do depósito. Retornando ao exemplo anterior e assumindo que na estação e a capacidade do depósito de encontra no seu limite, um possível abastecimento antes dessa estação poderia exceder essa capacidade. Quanto às estações, estas são consideradas inválidas nas seguintes situações:

- A distância de desvio ultrapassa o máximo permitido;
- Quando o método tenta inserir a mesma estação de forma consecutiva;
- Quando o método tenta inserir uma estação a seguir a um cliente onde o veículo tenha o depósito cheio;
- Exclui a hipótese de *loop*, ou seja, inserir estações consecutivas em ciclo (por exemplo, $e1 - e2 - e1 - e2$, onde $e1$ e $e2$ são duas estações distintas).

Das estações consideradas válidas, é calculado o custo de inserir cada estação em cada arco da rota. Esse custo (linha 5) é calculado através da função:

$$custo_fuel = \xi_1 * distancia + \xi_2 * combustivel \quad (3.27)$$

A função de custo é calculada com recurso aos pesos ξ_1 e ξ_2 (onde $\xi_2 = 1 - \xi_1$), que correspondem ao critério de escolha de estações de combustível. Representam, respetivamente, o peso atribuído à distância extra a percorrer para chegar à estação e e o peso do preço unitário da mesma. Considerando $d_{maxdesvio}$ a distância máxima de desvio fora da rota, $d_{min,k}$ a distância mínima entre dois clientes na rota k e $d_{e,k}$ a distância de desvio necessária para a deslocação à estação e , o fator *distancia* é calculado através de:

$$distancia = (d_{e,k} - d_{min,k}) / (d_{maxdesvio} - d_{min,k}) \quad (3.28)$$

O fator *combustivel* é calculado, assumindo $preco_e$ como o preço do combustível da estação e e $Price_{max}$ e $Price_{min}$ como os preços máximo e mínimo de todas as estações da instância utilizada, com recurso à expressão:

$$combustivel = (Price_e - Price_{min}) / (Price_{max} - Price_{min}) \quad (3.29)$$

Estas expressões permitem calcular o custo de inserir um estação para um par de pesos ξ_1 e ξ_2 fixo. A variação desses pesos é interessante, pois tomando como exemplo uma situação com elevada variabilidade nos preços das estações, é vantajoso dar mais importância ao peso ξ_2 . Assim, uma estação com um preço mais reduzido é mais valorizada. Noutro cenário, se ξ_1 tomar o

valor 1, isso significa que o preço das estações é desconsiderado e apenas são visitadas as estações mais próximas geograficamente.

Nesta implementação era interessante considerar diversos valores dos pesos ξ_1 e ξ_2 de forma a permitir o algoritmo adaptar-se às instâncias em pesquisa. Assim, é utilizada uma técnica de seleção adaptativa dos pesos que permita obter as melhores políticas de abastecimento, sem definir valores fixos para ξ_1 e ξ_2 . Para isso são gerados, através de um mecanismo de roleta, três pares de valores (a , b e c) para os pesos, dentro de um conjunto de hipóteses. Para cada um dos três é calculado o $custo_fuel$ e o menor desses custos três é selecionado para avançar no método. As expressões seguintes demonstram o processo:

$$custo_fuel^a = \xi_1^a * distancia + \xi_2^a * combustivel \quad (3.30)$$

$$custo_fuel^b = \xi_1^b * distancia + \xi_2^b * combustivel \quad (3.31)$$

$$custo_fuel^c = \xi_1^c * distancia + \xi_2^c * combustivel \quad (3.32)$$

$$custo_fuel = \min(custo_fuel^a, custo_fuel^b, custo_fuel^c) \quad (3.33)$$

Desta forma é possível utilizar os pares de pesos mais adequados a cada rota em particular.

Todos os pares de pesos iniciam a pesquisa com uma pontuação de 1 ponto. Cada vez que um par obtém o melhor resultado dos três pares estudados é-lhe atribuído um incremento. Esse incremento aumenta, consequentemente, a probabilidade de escolha desse par de pesos. A cada 100 iterações (um segmento), as pontuações são todas divididas por 10 de forma a reduzir as probabilidades de escolha dos pares mais premiados. Esta atualização reduz os resultados provenientes dos segmentos anteriores e pode permitir novas escolhas do algoritmo. Esta técnica adaptativa foi baseada na escolha dos operadores e no ajuste adaptativo do ALNS, das subsecções 3.2.3 e 3.2.4.

Calculados os custos de cada estação, são guardadas duas estações e os arcos onde a sua inserção tem o menor $custo_fuel$. Essas estações correspondem a $e_{feasible}$ (linha 6), a estação com menor $custo_fuel$ que cumpre a restrição de manter uma quantidade mínima de combustível (LF) durante toda a rota, e $e_{absolute}$ (linha 7), a estação com menor $custo_fuel$ independentemente dessa restrição. Através desta abordagem, considera-se que o método analisa toda a rota, mesmo para situações inadmissíveis, quando escolhe as estações de combustível para a política de abastecimento. De seguida, segue-se o processo de determinação da quantidade de combustível que se pretende abastecer, de onde surgem duas hipóteses: se $e_{feasible}$ for igual a $e_{absolute}$ ou se $e_{feasible}$ for diferente de $e_{absolute}$ (linhas 8 e 11).

No primeiro caso, onde $e_{feasible}$ é igual a $e_{absolute}$, a melhor estação a que a rota pode recorrer é $e_{feasible}$. Dessa forma, a quantidade ϕ_e^k a abastecer nessa estação será a necessária para satisfazer as necessidades de combustível da rota (de forma a atingir a quantidade exigida na chegada ao armazém) ou a quantidade máxima, ou seja, o enchimento do depósito.

O segundo caso, onde $e_{feasible}$ é diferente de $e_{absolute}$, implica que existe uma estação $e_{absolute}$, com um $custo_fuel$ menor, onde o veículo não consegue chegar devido à restrição de manter uma quantidade mínima de combustível durante toda a rota. Por isso, é guardada a estação $e_{feasible}$,

que funciona como uma segunda opção de abastecimento. Essa segunda opção permite abastecer o veículo de forma a poder chegar à estação $e_{absolute}$. Assim, a quantidade $\bar{\phi}_e^k$ a abastecer em $e_{feasible}$ pode tomar um de dois valores: a quantidade de combustível necessária para chegar à estação $e_{absolute}$ ou o enchimento do depósito (caso a quantidade necessária para chegar à estação $e_{absolute}$ seja superior à quantidade disponível no depósito).

Por último, quando as necessidades da rota atual forem 0, o método avança para a rota seguinte.

3.3.2 Alteração da função objetivo

A alteração da função objetivo funciona como um fator importante, pois tem o propósito de minimizar o custo de abastecimento. Ao contrário da função objetivo f apresentada na implementação da secção anterior 3.2, esta nova função é adaptada ao novo objetivo, a otimização da política de abastecimento. Dessa forma, uma função objetivo que minimizava a distância percorrida passou a minimizar o custo de abastecimento. Esse custo é definido como o somatório dos produtos entre a quantidade abastecida na estação e e o preço unitário da mesma de todas as estações presentes nas K rotas da solução s :

$$f' = \sum_{k \in K} \sum_{e \in \Omega} Price_e \phi_e^k \quad (3.34)$$

Esta alteração permite, ainda assim, direccionar a pesquisa para a minimização da distância percorrida, mas de uma forma indireta. Isso é conseguido devido ao facto de a distância percorrida ser diretamente proporcional ao combustível utilizado. Como se pretende minimizar o produto entre o combustível utilizado e o preço a que este foi comprado, a pesquisa vai ter tendência para reduzir a distância das rotas, o que por sua vez diminui o combustível utilizado. Desta forma, a função objetivo f' altera as suas unidades face à função f de quilómetros para euros.

Esta nova função vai de encontro ao objetivo pretendido de minimizar o custo da política de abastecimento, mas causa um problema de ligação entre os operadores, de destruição e reparação, e a função objetivo. Esses elementos apresentam objetivos diferentes, ainda que aproximados. Desse modo, foi desenvolvido um método de prémio nos operadores de reparação apresentado na secção seguinte.

De forma a tentar apoiar ligar os objetivos dos operadores de reparação e da função objetivo foi criado um método para auxiliar tais operadores a inserirem clientes em locais mais favoráveis à colocação de estações de combustível. Por outras palavras, se existir uma estação de combustível com um preço reduzido (face aos preços utilizados em toda a instância) na vizinhança desse cliente, o custo de inserir esse cliente é reduzido através da atribuição de um prémio. Como este método foi utilizado nos operadores de reparação, a vizinhança a analisar foi obtida desenhando a forma geométrica (neste caso, o triângulo) cujos vértices correspondem ao cliente a inserir e aos clientes entre os quais esse cliente vai ser inserido. De um modo mais prático, a Figura 3.3 permite visualizar o cliente 10 que pretende ser inserido entre os clientes 20 e 30.

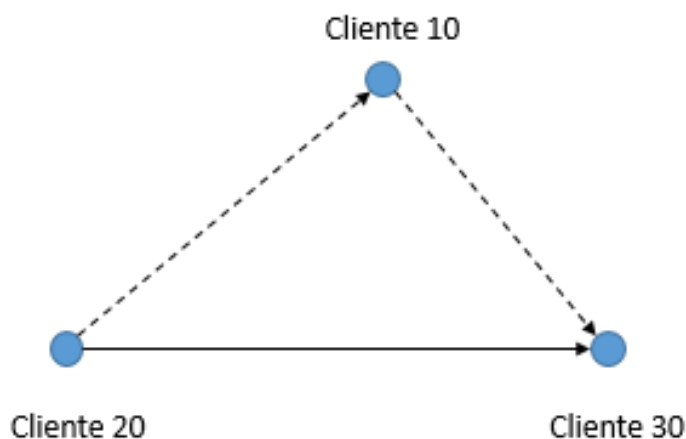


Figura 3.3: Forma geométrica de origem da vizinhança entre os clientes 10, 20 e 30

Nesta situação, o custo de inserir o cliente 10 é calculado com recurso à expressão apresentada nas equações 3.19 e 3.20, ou seja, a variação no custo da solução causada pela inserção do cliente 10. Uma hipótese importante, que era desconsiderada pela vizinhança apresentada na Figura 3.3, consistia na presença de estações de combustível muito próximas dos clientes em análise, mas que por razões geométricas, não estivessem incluídas dentro da vizinhança. Para evitar essas situações, a vizinhança considerada foi alargada de modo a incluir, para além do triângulo formado pelos três clientes, as áreas circundantes a cada um dos clientes tal como é possível vislumbrar na Figura 3.4.

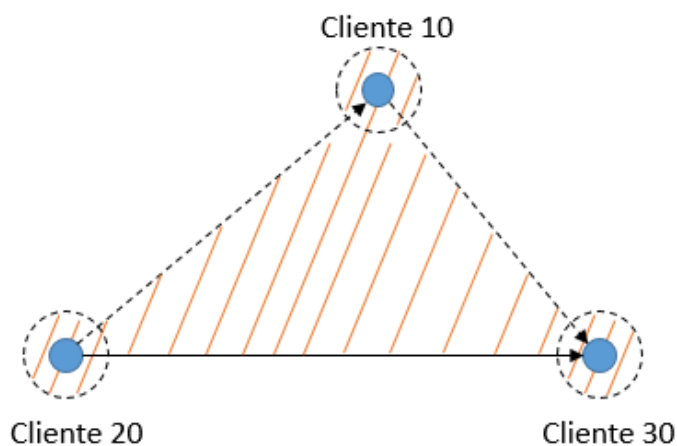


Figura 3.4: Vizinhança utilizada entre os clientes 10, 20 e 30

Após ser definida a vizinhança a analisar durante a inserção dos clientes, foi necessário definir em que condições devia ser atribuído o prémio ao cliente a ser inserido. Para ser atribuído o prémio têm de ser cumpridas duas restrições. A primeira consiste na obrigação de existir, pelo menos, uma estação e_v localizada dentro da vizinhança. A segunda é uma restrição relacionada com o preço unitário da estação. Considerando o intervalo de preços de combustível, por exemplo

preço máximo de 1,3€ e mínimo de 1,2€, a segunda restrição só é cumprida se a mesma estação e_v , presente no interior da vizinhança, tiver um preço igual ou inferior a 1,25€. Em termos matemáticos, se a seguinte expressão for verdadeira:

$$preco_{e_v} \leq preco_{max} - (preco_{max} - preco_{min}) / 2 \quad (3.35)$$

Assim, os prémios apenas são atribuídos quando existe a possibilidade de visitar, pelo menos, uma estação com preço baixo. Caso todas as estações no interior da vizinhança praticassem preços elevados, o interesse de as visitar durante a rota era reduzido, pelo que não faria sentido a atribuição de um prémio ao cliente em questão.

Capítulo 4

Resultados

Este capítulo tem dois objetivos: a apresentação de validações e parametrizações consideradas necessárias no âmbito da presente dissertação e a análise dos resultados obtidos. As validações são relativas ao ALNS para o CVRP, ao método de cálculo de abastecimento e à parametrização do prémio dos operadores de reparação. Os testes foram executados com recurso a um computador com um Intel(R) Core(TM) i7-3630QM de 2,40GHz e com 8,00 GB de RAM num sistema operativo Windows 10 Pro. Toda a implementação foi realizada em C++.

4.1 Validações e parametrização

As validações realizadas foram divididas em duas etapas, a validação do ALNS para o CVRP e a validação do método de cálculo do abastecimento, que são apresentadas nas subsecções seguintes. A importância destas validações reside em assegurar a qualidade do método implementado, por forma a poder ter uma garantia da qualidade dos resultados obtidos. Cada uma destas validações está ligada a cada uma das fases de implementação anteriormente apresentadas. Por último é apresentada a parametrização do prémio dos operadores de reparação.

4.1.1 Validação do ALNS para o CVRP

Era necessário verificar que o método implementado na secção 3.2 apresentava, para o CVRP, resultados de qualidade. Assim, procedeu-se à realização de testes com recurso a diversas instâncias do CVRP. O objetivo consistia em garantir que o método conseguia obter resultados ótimos para um certo número de instâncias variadas. Foram utilizadas, para efeito de testes, as instâncias: A-n53-k7, A-n32-5 (propostas por Augerat et al) e F-n45-k4 (proposta por Fisher), que foram obtidas em ([NEO Research Group, 2013](#)).

Relativamente aos parâmetros do ALNS, estes estão definidos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Parâmetros do ALNS para a realização da validação

Parâmetros	Valor
Número de iterações	1000
Parâmetro de aleatoriedade da destruição (p)	3,5
σ_1	15
σ_2	10
σ_3	5
Fator de arrefecimento (c)	0,99

Estes parâmetros foram definidos durante a implementação do ALNS para o CVRP (secção 3.2). Os bons resultados obtidos com estes valores em testes computacionais resultaram na sua utilização no restante da dissertação. Assim, com esses parâmetros são apresentados os resultados obtidos para as instâncias supramencionadas, na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Resultados da validação do ALNS para o CVRP

Instância	Ótimo	Resultado obtido pelo ALNS
F-n45-k4	724	724
A-n53-k7	1010	1010
A-n32-5	784	784

Nas instâncias utilizadas, com número de clientes compreendido entre 32 e 53, são obtidos os resultados ótimos a troco de pouco tempo computacional (cerca de 30 segundos, no máximo) e de uma forma consistente. Estes resultados aprovam a validade do método implementado de forma a poder ser utilizado com garantia de qualidade na obtenção de resultados.

4.1.2 Validação do método de cálculo do abastecimento

Um outro método que necessitava de uma validação era o método de cálculo do abastecimento, descrito na secção 3.3. Essa validação tinha o propósito de demonstrar a qualidade do método de cálculo do abastecimento implementado e, em conjunto com a validação de 4.1.1, do método desenvolvido para o CVRP-*Refueling*. Apesar da leitura de inúmeros artigos relacionados com problemas de abastecimento, descritos em 2.2, não foram encontradas instâncias para esse tipo de problemas que pudessem ser utilizadas (nos estudos apresentados nesses artigos existia alguma informação em falta como, por exemplo, a localização das estações de combustível). Desse modo foi necessário recorrer ao artigo [Bousonville et al \(2011\)](#).

No artigo, os autores abordaram uma extensão do *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW) em simultâneo com um FRVRP. Utilizaram uma heurística para solucionar o VRPTW e recorreram a um método exato para resolver o FRVRP. Os resultados apresentados no artigo consistem na apresentação do custo do combustível e da distância percorrida da soma de 56 instâncias. Essas instâncias foram adaptadas das instâncias de 100 clientes propostas por Solomon

(Solomon, 1987), através da adição de 121 e 441 estações de combustível nos locais indicados pelo autor e com preços aleatórios. Em ambas as instâncias foram consideradas variações do preço de combustível de 10% e 20%. Para realizar uma comparação válida entre o método de cálculo de combustível implementado e os resultados obtidos no artigo recorreu-se aos melhores resultados conhecidos para as 56 instâncias de Solomon de 100 clientes e foi aplicado o método de cálculo a essas instâncias (apenas se recorreu aos melhores resultados conhecidos para as instâncias, pois estas correspondiam ao VRPTW e na presente dissertação foi considerado o CVRP, o que tornava uma eventual comparação inválida).

Os parâmetros utilizados para a realização destes testes, baseados em Boussonville et al (2011), estão descritos na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Parâmetros utilizados para a validação do método de cálculo de combustível

Parâmetros	Valor	Unidades
Consumo de combustível (MG)	1	$\frac{\text{unidade de combustível}}{\text{unidade de distância}}$
Quantidade mínima de combustível no depósito (LF)	0	unidade de combustível
Capacidade do depósito (TC)	60	unidade de combustível
Combustível no arranque (SF)	30	unidade de combustível
Combustível à chegada (EF)	30	unidade de combustível
Preço do combustível	$[100, 100 + x]$	unidade monetária
Quantidade mínima de abastecimento (MP)	0,01	unidade de combustível
Distância máxima fora da rota	30	unidade de distância
ξ_1	$\{0, 9, 0, 8, 0, 7, 0, 6, 0, 5, 0, 4, 0, 3, 0, 2\}$	-
ξ_2	$\{0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0, 7, 0, 8\}$	-

De referir que x corresponde à variação aplicada ao preço do combustível e toma valores de 10 e 20 (10% e 20%, respetivamente). Para além disso, como o consumo foi definido como 1, isso significa que os valores de combustível como a Capacidade do depósito ou Combustível no arranque correspondem ao mesmo número em unidades de distância. O parâmetro Distância máxima fora da rota está destacado, pois foi apenas utilizado no método desta dissertação.

Dois outros parâmetros de especial importância para esta análise correspondem aos pesos apresentados na equação 3.27. Esses parâmetros, os pesos ξ_1 e ξ_2 , são relativos à distância extra a percorrer para chegar à estação e e ao preço unitário da mesma. Para esta validação foram considerados os conjuntos de valores para ξ_1 e ξ_2 apresentados na Tabela 4.3 (de notar que $\xi_2 = 1 - \xi_1$). Por forma a escolher o custo mínimo de abastecimento, em cada estação inserida era calculado o seu custo para todos os valores de ξ_1 e ξ_2 . Assim foi possível garantir que, para o conjunto de valores utilizado, os custos mínimos era escolhidos. A validação foi efetuada da seguinte forma:

- (i) Foram obtidas as melhores soluções conhecidas das instâncias de 100 clientes de Solomon em (SINTEF Applied Mathematics, 2008; Czech, 2013);
- (ii) Foi utilizado o método de cálculo de abastecimento nas 56 instâncias adaptadas (com estações de combustível) nas seguintes condições:
 - (a) Uma variação de 10% com 121 estações de combustível;
 - (b) Uma variação de 10% com 441 estações de combustível;
 - (c) Uma variação de 20% com 121 estações de combustível;
 - (d) Uma variação de 20% com 441 estações de combustível.
- (iii) Por último, foram comparados os resultados obtidos com os resultados do artigo Bousonville et al (2011).

Os resultados obtidos para as diferentes condições a estudar encontram-se na Tabela 4.4. A distância percorrida, tal como referido anteriormente, corresponde ao somatório das melhores soluções conhecidas das 56 instâncias e o custo total do combustível ao somatório do produto das quantidades abastecidas com os preços das respetivas estações.

Tabela 4.4: Resultados obtidos para os testes do método de cálculo de combustível

Variação do preço do combustível	Número de estações	Distância percorrida	Custo total do combustível
10%	121	57182,6	5996736,0
10%	441	57182,6	5782898,5
20%	121	57182,6	6040976,5
20%	441	57182,6	5878546,6

Obtidos estes resultados, existia a necessidade de os comparar com os resultados do artigo Bousonville et al (2011). Como as distâncias percorridas e os custos totais de combustível eram substancialmente superiores aos valores obtidos, foi necessária uma comparação relativa dos valores. Para isso calculou-se a relação custo-distância ($\frac{\text{custo total}}{\text{distância percorrida}}$) dos valores obtidos e dos valores obtidos no artigo e um rácio dessas duas relações. Esses resultados estão expressos na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Comparação de resultados face aos resultados do artigo

Variação do preço	Número de estações	Relação custo-distância	Relação custo-distância do artigo Bousonville et al (2011)	Rácio entre o método e o resultado ao artigo
10%	121	104,87	102,60	2,21%
10%	441	101,13	100,95	0,18%
20%	121	105,64	105,51	0,12%
20%	441	102,80	102,45	0,35%

Os valores de rácio apresentados (todos inferiores a 2,5%) conduzem à conclusão que o método heurístico de cálculo de combustível apresenta resultados de qualidade próximos do ótimo. Esta comparação foi algo limitada, pois as estações de combustível tinham preços atribuídos aleatoriamente, preços esses que poderiam variar nas estações do artigo. Para além disso, diferentes rotas percorrem diferentes caminhos que podem, eventualmente, trazer algumas vantagens ou desvantagens no que toca ao custo do combustível. No entanto, esta validação mostrou que o método cumpre com sucesso o seu propósito.

4.1.3 Parametrização do prémio dos operadores de reparação

Os prémios dos operadores de reparação representam uma situação específica de parametrização, visto que este prémio apenas é utilizado no método desenvolvido para o CVRP-Refueling. Como era necessário definir um valor eficaz para o prémio procedeu-se à parametrização do mesmo. O prémio utilizado, que consiste na redução do custo de inserir o cliente, foi de 16,67% ($\frac{1}{6}$), e foi escolhido posteriormente à realização de testes computacionais. Numa fase inicial foi testado um valor de prémio superior (um intervalo entre os 30% e os 50% dependendo do preço das estações pertencentes à vizinhança). No entanto, o impacto de um prémio dessa ordem de grandeza causava a inserção de clientes significativamente mais distantes, o que aumentava a distância percorrida e prejudicava o custo da solução. Foi então necessário reduzir o prémio atribuído e realizada uma comparação de três cenários: um cenário sem prémio, um com prémio de redução de 16,67% e um com prémio de redução de 28,57% ($\frac{2}{7}$).

Tabela 4.6: Análise da utilização de prémios nos operadores de reparação

Cenário	Sem prémio	Redução de 16,67%	Redução de 28,57%
Custo médio	517,97	515,71	517,12
Custo mínimo	515,49	513,50	514,94
Redução média percentual face ao cenário sem prémio	-	-0,44%	-0,16%

A Tabela 4.6 permite verificar, ainda de que de forma ligeira, a influência da utilização de prémios na reparação das soluções. Os cenários que recorreram ao método de prémios obtiveram melhores resultados médios (principalmente a redução de 16,67%). A atribuição dos prémios permite a valorização de clientes que possibilitem, na fase do cálculo da política de abastecimento, aumentar as hipóteses de abastecimento sem realizar grandes desvios da rota principal e a baixo custo. No entanto, o impacto desses prémio não foi tão notado quanto o desejado, pois nas instâncias utilizadas o número de abastecimentos era reduzido (em média, um por rota) e este método seria mais benéfico em situações onde o número de abastecimentos fosse superior.

De notar que estes resultados foram obtidos com a utilização de uma instância, utilizada na secção 4.2, adaptada de uma instância proposta por Fisher, obtida em (NEO Research Group, 2013). Essa adaptação foi realizada através da inserção de 24 estações de combustível colocadas

aleatoriamente na instância com um preço de combustível de 1,35 ou 1,15 unidades monetárias (atribuídos de forma aleatória).

4.2 Análise de resultados

Para se conseguir perceber de que forma e em que medida os preços do combustível impactam as rotas foram realizados testes ao método desenvolvido em diversos cenários, de forma a uniformizar os resultados e a poder comparar resultados para diferentes situações. Em cada um desses cenários (*layouts*) são variados os seguintes parâmetros: (i) os preços de combustível das estações e (ii) os conjuntos de estações caras e baratas, que variam consoante o *layout*. Foram estudados um *layout* aleatório, um *layout* fronteira, um *layout* faixa e um *layout* de estações exteriores baratas.

A análise destas quatro disposições permite perceber qual o impacto da variação dos preços do combustível no custo de abastecimento e, também, de que forma a localização das estações pode influenciar esse custo. Existem cenários onde maiores desvios fora das rotas podem compensar em termos de redução do custo de abastecimento. Por outro lado, podem existir cenários onde recorrer a estações de preços mais elevados se torna mais eficiente. Esta segunda situação é comum quando uma rota percorre zonas geográficas que apenas são abrangidas por estações que pratiquem preços elevados.

Para isso foram gerados os *layouts* previamente mencionados. Estes *layouts* foram criados através da adaptação da instância F-n45-k4, proposta por Fisher e obtida em [NEO Research Group \(2013\)](#). Essa adaptação consistiu na adição de 24 estações de combustível, distribuídas geograficamente de uma forma aleatória. Com a instância criada, o fator distintivo entre os *layouts* consiste nos conjuntos de estações caras e baratas. Perante cada *layout*, é definido um conjunto de estações caras (que pratica o preço máximo de 1,35€) e outro conjunto de estações baratas (cujos preços variam para valores menores que 1,35€). Assim, as localizações das estações são mantidas em todos os *layouts*, variando apenas os conjuntos de estações caras e baratas. Essa situação pode ser visualizada através da Figura 4.1.

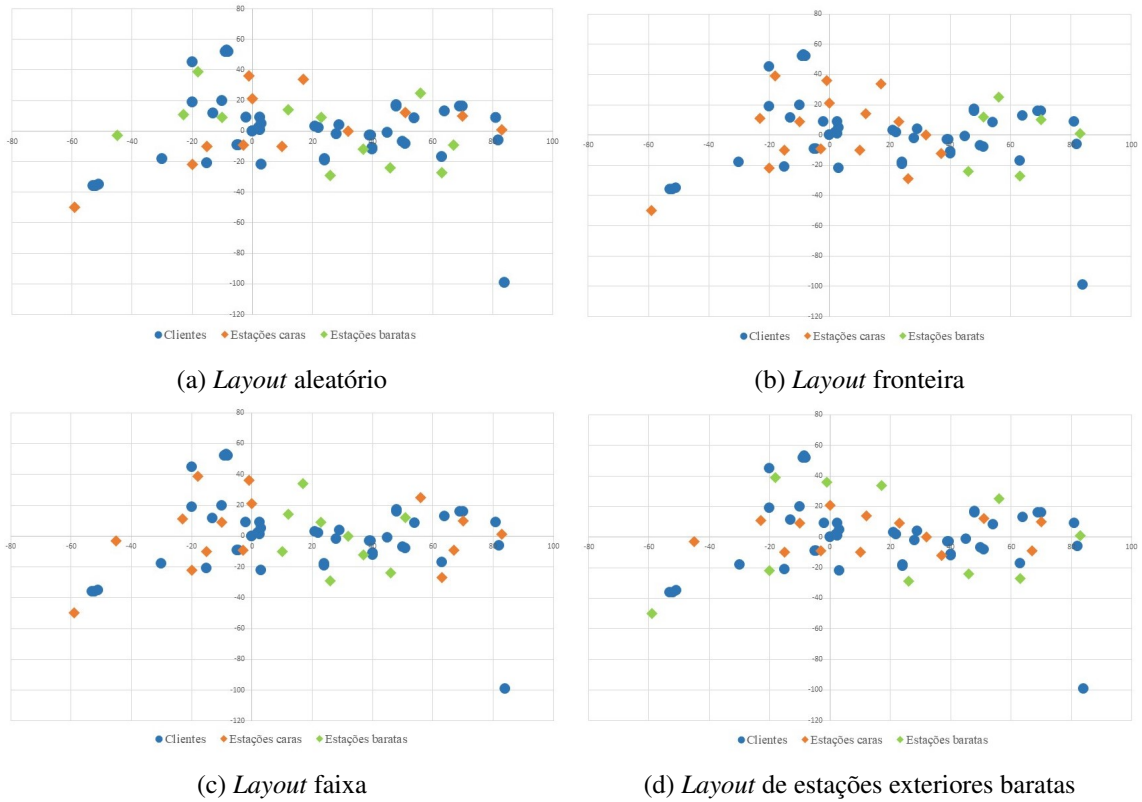


Figura 4.1: Mapeamento dos *layouts* estudados

No *layout* aleatório (Figura 4.1a) as estações baratas representam metade do conjunto de todas as estações e foram escolhidas de forma aleatória. Neste cenário são encontradas estações baratas por toda a instância, que são facilmente acessíveis durante as rotas.

O *layout* fronteira, da Figura 4.1b, foi baseado numa das situações referidas em 1.1, ou seja, na variação de preços de combustível entre Portugal e Espanha. Assim, este *layout* assemelha-se a um local fronteiriço, onde do lado esquerdo (correspondente a Portugal) encontram-se as estações de combustível caras e do lado direito (correspondente a Espanha) as estações de combustível baratas. O interesse deste *layout* fronteira consiste em analisar o eventual proveito em abastecer do lado mais barato da fronteira.

A Figura 4.1c representa o *layout* faixa, onde é considerada uma faixa de estações baratas, sendo as restantes estações caras. O propósito deste *layout* reside em averiguar o impacto de uma região cujos preços de combustível são mais reduzidos face às zonas vizinhas.

Por último, no *layout* de estações exteriores baratas (Figura 4.1d) as estações de combustível baratas encontram-se na periferia dos clientes considerados, enquanto que as estações de combustível caras estão localizadas no centro dos clientes. Desta forma, esta distribuição tenta aproximar um cenário onde a periferia de uma cidade apresenta preços de combustível reduzidos, ou mesmo um cenário de autoestrada onde as estações mais distantes apresentam preços mais reduzidos.

Para realizar os testes necessários para a obtenção de resultados foi necessária a definição de parâmetros importantes do método desenvolvido de seleção adaptativa. Esses parâmetros

encontram-se na Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Parâmetros utilizados para a obtenção de resultados

Parâmetros	Valor	Unidades
Número de iterações	1000	-
Parâmetro de aleatoriedade da destruição (p)	3,5	-
σ_1	15	-
σ_2	10	-
σ_3	5	-
Fator de arrefecimento (c)	0,99	-
Consumo de combustível* (MG)	0,6	l/km
Quantidade mínima de combustível no depósito* (LF)	150	l
Capacidade do depósito* (TC)	750	l
Combustível no arranque* (SF)	375	l
Combustível à chegada* (EF)	375	l
Preço do combustível	$1,35-x$, $x \in \{0,05, 0,1, 0,2, 0,3\}$	€
Quantidade mínima de abastecimento (MP)	0	l
Distância máxima fora da rota	30	km
Tempo de espera por estação	0,25	h

Os parâmetros indicados com * correspondem a valores aproximados aos utilizados em [Suzuki and Dai \(2012\)](#).

Os primeiros seis campos da Tabela 4.7 correspondem aos parâmetros utilizados para a validação do método ALNS, apresentada na subsecção 4.1.1. Os cinco parâmetros seguintes (obtidos de [Suzuki and Dai \(2012\)](#)) são valores retirados de um estudo similar e que pretendem aproximar os valores utilizados a valores utilizados na prática. O preço do combustível toma sempre dois valores, um para estações caras (1,35€) e outro para estações baratas (1,3€ ou 1,25€ ou 1,15€ ou 1,05€), consoante o x . Assim, seja qual for o cenário, só existem dois preços de combustível, o das estações caras e o das estações baratas. Apesar de ser mencionado como uma restrição existente na prática, a quantidade mínima de abastecimento foi colocada no valor 0. Em certas situações, isso pode levar a abastecimentos reduzidos, mas optou-se por dar liberdade ao método neste campo. A distância máxima fora de rota elimina do leque de possibilidades estações demasiado distantes, ou seja, desinteressantes.

Para estudar o impacto da variação dos preços de combustível nos diferentes *layouts* foi necessário um *benchmark* de comparação. Esse *benchmark*, nomeado de método de seleção *greedy*, foi obtido adaptando o método desenvolvido de seleção adaptativa para utilizar uma política de abastecimento gananciosa, de "estações mais próximas" ($\xi = 1$ e $\xi_2 = 0$). Para isso, o critério de escolha de estações de combustível ignora os preços de combustível das mesmas e apenas dá

ênfase à distância a percorrer. Assim, é possível comparar os resultados obtidos do método de seleção adaptativa, com o método de seleção *greedy*.

Para analisar os resultados obtidos foram compilados os resultados do método de seleção adaptativa face ao método de seleção *greedy* na Tabela 4.8. Os valores da tabela representam resultados médios de 10 pesquisas, para cada entrada da tabela, de ambos os métodos (apresentados em anexo com detalhe nas Tabelas A.1 e A.2). Como são comparados dois resultados, valores negativos indicam poupanças, ou reduções, pelo que quanto mais negativo for o valor maior é a poupança. Ao invés, valores positivos representam acréscimos. Dos resultados obtidos, pretende-se quantificar o impacto da variação nos preços de combustível e quais as disposições geográficas mais propensas a reduções nos custos.

Para comparar os resultados do método de seleção adaptativa face ao de seleção *greedy*, o principal indicador é o Custo de abastecimento. Esse indicador mostra a poupança efetiva na função objetivo, que se pretende minimizar. O fator Custo por distância revela também importância, de forma a perceber se a política de abastecimento é eficiente.

Previamente à análise dos resultados obtidos para os *layouts*, é importante apresentar o cenário de variação de 0 centimos no preço do combustível. Nessa situação, é expectável a obtenção de resultados aproximados entre os dois métodos, independentemente do critério de seleção utilizado. Como se pode verificar, os resultados obtidos para o cenário de variação 0 centimos são muito similares, sendo até ligeiramente melhores para o método de seleção *greedy*. Isso torna-se compreensível, pois o único critério de seleção de estações é a distância de desvio para chegar às estações (visto que os preços são todos iguais) e o método de seleção *greedy* utiliza esse critério de escolha.

Comparando os custos de abastecimento dos restantes cenários, constata-se que o *layout* de estações exteriores baratas e o *layout* aleatório obtiveram os melhores resultados, no conjunto de todos os cenários¹ desses *layouts*. O *layout* faixa apresenta reduções significativas nos custos de abastecimento para variações de 20 e 30 centimos. Por último, o *layout* fronteira apresenta uma redução significativa para uma variação de 30 centimos. Nas outras variações, a poupança nesse *layout* é residual. Assim, para variações de 20 e 30 centimos são obtidas poupanças relevantes, com a exceção do caso do *layout* fronteira para os 20 centimos. Os valores obtidos correspondem, para 20 e 30 centimos, respetivamente, a reduções de 3,65% e 7,47% para o *layout* aleatório, reduções de 0,19% e 1,28% para o *layout* fronteira, reduções de 2,21 e 5,75% para o *layout* faixa e reduções de 3,08% e 4,60% para o *layout* de estações exteriores baratas. Além disso, nos *layouts* de estações exteriores baratas e aleatório existe uma redução significativa para variações de 5 e 10 centimos, que é essencial salientar. Essas reduções de 2,51% e 2,90% para o *layout* de estações exteriores baratas e de 1,35% e 2,31% para o *layout* aleatório (para 5 e 10 centimos de variação, respetivamente) expõem estes dois *layouts* como os mais propensos à redução dos custos de abastecimento, independentemente da variação nos preços do combustível.

¹O conjunto de todos os cenários corresponde ao conjunto das variações de 5, 10, 20 e 30 centimos nos preços de combustível

Tabela 4.8: Resultados do método de seleção adaptativa face ao método de seleção *greedy*

<i>Layout</i>	Varição nos preços de combustível (cêntimos)	Distância das rotas	Tempo de serviço	Custo por distância	Custo de abastecimento
-	0	0,22%	-0,27%	0,00%	0,22%
	5	-0,04%	-0,68%	-1,31%	-1,35%
	10	-0,17%	-0,64%	-2,15%	-2,31%
	20	-0,62%	-0,73%	-3,09%	-3,65%
Aleatório	30	-3,63%	-3,97%	-0,88%	-4,47%
	5	-0,10%	-0,21%	-0,16%	-0,26%
	10	-0,30%	-0,28%	0,01%	-0,28%
	20	2,01%	1,89%	-2,16%	-0,19%
Fronteira	30	2,32%	2,09%	-3,52%	-1,28%
	5	-0,09%	-0,08%	0,01%	-0,07%
	10	0,68%	0,64%	-0,89%	-0,22%
	20	2,83%	2,65%	-4,91%	-2,21%
Faixa	30	2,04%	1,91%	-7,67%	-5,75%
	5	-0,77%	-1,03%	-1,76%	-2,51%
	10	-1,22%	-1,15%	-1,71%	-2,90%
	20	-0,50%	-0,78%	-2,59%	-3,08%
Estações exteriores baratas	30	-0,26%	-0,40%	-4,38%	-4,60%

É importante analisar os valores de custo por distância, ou custo por quilómetro, a par dos valores do custo de abastecimento, de forma a perceber até que ponto as rotas planeadas conseguem uma utilização eficiente do combustível. Por outras palavras, uma política de abastecimento é eficiente caso consiga, para distâncias das rotas superiores, uma redução no custo de abastecimento. Assim, ao analisar a coluna Custo por distância da Tabela 4.8 pode verificar-se que o custo por quilómetro acompanha a tendência do custo de abastecimento na maioria dos casos estudados. Mais especificamente, para todas as variações de todos os *layouts*, as reduções nos custos por quilómetro tomam valores similares ou até significativamente superiores às reduções dos custos de abastecimento, com uma única exceção (variação de 30 cêntimos para o *layout* aleatório).

Os resultados indicam que dois *layouts* (o aleatório e o de estações exteriores baratas) têm mais predisposição para obter reduções nos custos de abastecimento, independentemente da variação nos preços de combustível. Essa tendência deve-se, em grande medida, à disposição geográfica das estações de combustível baratas nos *layouts*. Em ambos os *layouts*, as condições para a otimização do custo de abastecimento são ideais. Isso deve-se à presença de estações de combustível baratas em todas as zonas dos *layouts* (ver Figuras 4.1a e 4.1d). No *layout* aleatório, como as estações baratas estão distribuídas de forma aleatória pela instância, existem inúmeros locais onde uma estação de preço reduzido se encontra próxima do percurso da rota. Dessa forma, existe uma possibilidade, quase constante, de recorrer a estações baratas, em todas as rotas, o que origina ganhos marginais que se repercutem na redução dos custos. O mesmo se passa no *layout* de estações exteriores baratas, ainda que de uma forma ligeiramente diferente. Apesar das estações baratas estarem localizadas na periferia da instância, existem também diversos clientes localizados nessa periferia, ou seja, com estações baratas nas suas vizinhanças. Como praticamente em todas as rotas são visitados clientes periféricos, é possível recorrer a estações baratas com relativa facilidade.

Contrariamente a estes dois *layouts*, o *layout* fronteira e o *layout* faixa apresentam disposições das estações baratas que dificultam a poupança para variações nos preços de combustível reduzidas. Estas dificuldades existem devido ao facto de existirem apenas estações baratas num local da instância, em ambos os *layouts* (Figuras 4.1b e 4.1c). No *layout* fronteira, o facto de existirem apenas estações baratas de um lado da "fronteira" limita em grande medida a possibilidade de poupança. Tendo em conta que nestas instâncias são geradas quatro rotas por solução, pelo menos em metade das rotas são visitados clientes em zonas que apenas englobam estações com preços elevados. Essa situação obriga os veículos a recorrer a estações mais caras para abastecer, o que aumenta necessariamente os custos de abastecimento. Uma situação similar acontece no *layout* faixa. No entanto, como a "faixa" de estações baratas está localizada próxima do armazém, para variações de 20 e 30 cêntimos existe benefício em percorrer maiores distâncias para utilizar estações baratas. Isso acontece porque, em todas as rotas, os veículos iniciam e terminam o seu percurso no armazém, ou seja, atravessam uma zona próxima da "faixa" de estações baratas.

Dois fatores comuns a todos os *layouts* consistem nas distâncias fora de rota percorridas e no número de vezes que é escolhida uma estação mais distante face a uma mais próxima (ver Tabela A.2). De uma forma genérica, esses valores aumentam diretamente com o aumento da variação dos preços. Isso sugere que, para variações nos preços mais elevadas, percorrer distâncias fora

da rota mais elevadas para utilizar estações de combustível baratas traz benefícios ao custo de abastecimento. Isso também se reflete no preços médios das estações utilizadas. O método de seleção adaptativa tenta sempre aproximar os preços médios aos preços das estações baratas. Por exemplo, para uma variação de 30 centavos, os preços médios são valores muito próximos de 1,050€, com a exceção do *layout* fronteira com um preço médio de 1,144€ (esse valor deve-se à disposição geográfica das estações baratas no *layout*).

Em resumo, pode afirmar-se que para uma variação nos preços de combustível igual ou superior a 20 centavos, um método de seleção adaptativa obtém reduções significativas nos custos de abastecimento para três dos quatro *layouts* estudados. No *layout* fronteira, apenas é obtida uma redução apreciável para uma variação nos preços de combustível de 30 centavos. Essas reduções existem nos custos de abastecimento e nos custos por quilómetro. No entanto, para situações onde a variação nos preços do combustível é inferior a 20 centavos, uma eventual diminuição dos custos acima referidos é dependente da disposição geográfica das estações de combustível baratas e dos clientes a visitar. Nesta situação, os *layouts* fronteira e faixa apresentam reduções pouco significativas face aos *layouts* aleatório e de estações exteriores baratas.

Capítulo 5

Conclusão e trabalho futuro

Esta dissertação permitiu estudar e quantificar o impacto da variação dos preços de combustível no planeamento de rotas de distribuição, em diversos cenários. O problema em estudo foi classificado de *CVRP-Refueling*, uma extensão do CVRP que considera estações de combustível e pretende minimizar os custos de abastecimento das rotas. Foi proposto um modelo matemático para o problema em análise, mas dada a complexidade *NP-hard* dos VRPs recorreu-se a uma abordagem heurística para o desenvolvimento da solução. A abordagem foi baseada na meta-heurística ALNS. Esta foi a primeira abordagem conhecida aproximada a um problema unificado de rotas e de reabastecimento, e foi proposto um método de seleção adaptativa que otimiza a política de abastecimento e que é capaz de se adaptar às instâncias utilizadas.

Para garantir a qualidade do desenvolvimento efetuado, procedeu-se à validação de todas as implementações realizadas. A implementação realizada pode ser dividida em dois módulos. Uma implementação do ALNS para o CVRP e uma implementação de um método heurístico de otimização do abastecimento de combustível. Para garantir a qualidade do método desenvolvido para um CVRP foram realizadas validações com três instâncias conhecidas, que obtiveram bons resultados. O mesmo tipo de validação foi efetuado para o método heurístico de otimização do abastecimento, e os resultados foram similares. A unificação destes dois módulos agregada a um conjunto de alterações deu origem ao método desenvolvido.

Com a finalidade de atingir os objetivos propostos criaram-se quatro *layouts* de forma a conseguir analisar e quantificar o impacto da variação dos preços do combustível. A utilização desses *layouts* permite estudar em que tipo de disposições geográficas o impacto da variabilidade dos preços é maior. Para isso foram estudadas variações nos preços de combustível de 5, 10, 20 e 30 cêntimos para os quatro *layouts*. Os resultados obtidos com o método desenvolvido de seleção adaptativa foram comparados com um método de seleção *greedy*, que funcionou como *benchmark*.

Existiram reduções nos custos de abastecimento significativas para variações de 20 e 30 cêntimos nos preços do combustível em três dos quatro *layouts*. Um dos *layouts* apenas apresentou uma redução significativa para uma variação dos preços de combustível de 30 cêntimos. Para variações mais reduzidas (5 e 10 cêntimos), apenas dois *layouts* apresentam reduções consideráveis nos custos, mostrando que as disposições geográficas têm influência nos custos de abastecimento.

Além disso, os custos por quilómetro acompanham a tendência de redução face ao método de seleção *greedy*. Pode afirmar-se que, para variações de preços das estações iguais ou superiores a 20 cêntimos, existe um impacto na redução dos custos de abastecimento entre 2,21% a 5,75%, com a exceção do *layout* fronteira que apresenta reduções de 0,19% e 1,28% para 20 e 30 cêntimos, respetivamente. Além disso, nos cenários de variações mais reduzidas (5 e 10 cêntimos) o *layout* aleatório e o *layout* de estações exteriores baratas tiveram reduções nos custos de abastecimento de 2,51% e 2,90% e 1,35% e 2,31%, respetivamente. Estes resultados mostram o impacto dos abastecimentos eficientes no planeamento de rotas de distribuição e que existe uma janela de oportunidade no que toca à redução significativa dos custos, mesmo que por vezes, as variações dos preços de combustível sejam reduzidas.

Em resumo, que o método desenvolvido representa uma novidade para a literatura deste tipo de problemas. De referir também que o método pode continuar a ser desenvolvido com o objetivo de criar um *software* possível de comercializar e tornar-se uma mais valia para empresas de distribuição em Portugal.

A nível de trabalho futuro existem diversas melhorias que poderiam ser realizadas com vista a continuar o trabalho desenvolvido na presente dissertação. O principal estudo da dissertação, calcular o impacto da variabilidade dos preços do combustível nas rotas de distribuição, foi estudado em quatro *layouts* distintos. Certamente que essas quatro disposições não abrangem todos os cenários possíveis em situações de criação de rotas de distribuição. Desta forma, uma possível extensão do estudo realizado consistiria em analisar uma maior variedade de *layouts*. Esses novos *layouts* poderiam ser específicos para cenários locais ou mais genéricos. Com essa análise de um maior número de *layouts*, as conclusões obtidas na presente dissertação poderiam ser reforçadas. Poderiam também ser conhecidos diferentes impactos e obtidas novas conclusões.

Uma outra possibilidade de melhoria, num trabalho futuro, seria adaptar as instância utilizadas para instâncias reais. As alterações poderiam consistir em:

- Atribuir coordenadas geográficas aos clientes e às estações de combustível;
- Possibilitar múltiplos caminhos, com diversos custos, entre clientes e estações;
- Utilizar preços de combustível que variem dentro de um intervalo de valores contínuo.

Com estas alterações poderiam ser simuladas situações do dia a dia de empresas de distribuição. Assim, seria possível planear as rotas diárias e reduzir os custos associados ao abastecimento de combustível.

Aliado à alteração das instâncias teóricas para instâncias reais, afinações nos parâmetros ajudariam a tornar o trabalho desenvolvido mais robusto e mais proveitoso para a utilização por empresas. Fatores como, por exemplo, o consumo dos veículos poderiam ser melhorados. O consumo de combustível, considerado constante neste estudo, poderia tomar valores distintos quando o veículo circulasse em autoestrada ou fora dela. É sabido que os consumos dos veículos transportadores são substancialmente diferentes nessas duas situações, pelo que essa abordagem tornaria

o problema mais real. Outra sugestão seria tornar o consumo dependente do peso atual do veículo durante a rota. Um outro parâmetro desconsiderado neste estudo foi a quantidade mínima de abastecimento (foi utilizado o valor 0). Seria interessante considerar um valor mínimo para esse parâmetro, por forma a evitar abastecimentos de quantidades reduzidas de combustível. Restrições como um número máximo de abastecimentos por rota ou um impedimento de circular fora de autoestrada sem ser necessário podiam também ser considerados. Outros parâmetros mais específicos do ALNS, como o Parâmetro de aleatoriedade da destruição (p) ou os pesos σ_1 , σ_2 e σ_3 , podiam ser aprimorados por forma a tentar obter melhores resultados e melhorar a consistência das pesquisas.

Uma outra melhoria num futuro desenvolvimento deste trabalho consistiria numa maior integração entre o operadores de destruição e reparação com as estações de combustível. Assim, seria possível aos operadores escolhas ainda mais indicadas para melhorar a função objetivo. Por exemplo, nos operadores de reparação poder-se-ia modificar os critérios de escolha dos clientes a inserir. Os critérios utilizados foram baseados na distância percorrida, no entanto, seria interessante calcular as políticas de abastecimento e utilizar o custo de abastecimento como critério de escolha de clientes, a troco de um maior custo computacional e tempo de execução. Nos operadores de destruição, não remover dois clientes consecutivos (pertencentes a um arco) muito próximos de uma estação de combustível barata podia ser proveitoso.

Por último, e numa fase posterior à implementação das melhorias sugeridas anteriormente, seria interessante desenvolver uma interface de exposição de resultados, numa perspetiva de comercializar o método desenvolvido como um produto para empresas transportadoras. Essa interface podia ser desenvolvida numa página web, que integrasse a API da Google Maps, invocada no final da pesquisa (ou de um conjunto de pesquisas). Assim, os resultados estariam visíveis num mapa, com o propósito de guiar os veículos pelas rotas geradas.

Anexo A

Anexos

A.1 Tabelas de resultados obtidos

Tabela A.1: Resultados médios de 10 pesquisas do método de seleção *greedy*

Layout	Variação no custo de combustível (centimos)	Distância da rota (km)	Tempo de serviço (h)	Custo de abastecimento (€)	Custo por distância (€/km)	Preço médio das estações utilizadas (€)	Nº médio de estações	Tempo de idle para abastecer (h)	Distância fora de rota (km)	Nº vezes escolhida uma estação mais distante
-	0	733,85	15,75	594,42	0,81	1,350	4,3	1,08	5,20	0
	5	733,75	15,78	583,52	0,80	1,326	4,4	1,10	5,12	0
	10	737,14	15,82	570,61	0,77	1,290	4,3	1,08	5,16	0
	20	753,88	16,10	536,57	0,71	1,187	4,1	1,03	1,56	0
Aleatório	30	772,48	16,57	490,93	0,64	1,059	4,5	1,13	7,71	0
	5	733,35	15,68	583,18	0,80	1,324	4,0	1,00	0,29	0
	10	735,36	15,71	571,83	0,78	1,296	4,0	1,00	1,56	0
	20	734,91	15,70	547,77	0,75	1,242	4,0	1,00	2,76	0
Fronteira	30	735,34	15,71	522,73	0,71	1,185	4,0	1,00	2,77	0
	5	732,93	15,66	579,26	0,79	1,317	4,0	1,00	0,20	0
	10	732,33	15,65	563,37	0,77	1,282	4,0	1,00	0,30	0
	20	734,85	15,70	533,17	0,73	1,209	4,0	1,00	1,62	0
Faixa	30	740,46	15,81	505,03	0,68	1,137	4,1	1,03	0,34	0
	5	738,33	15,82	589,98	0,80	1,332	4,0	1,00	5,54	0
	10	743,12	15,86	574,29	0,77	1,288	4,0	1,00	1,91	0
	20	750,86	16,07	535,07	0,71	1,188	4,0	1,00	7,12	0
Estações exteriores baratas	30	749,99	16,02	496,12	0,66	1,103	4,0	1,00	7,07	0

Tabela A.2: Resultados médios de 10 pesquisas do método de seleção adaptativa

Layout	Varição no custo de combustível (cêntimos)	Distância da rota (km)	Tempo de serviço (h)	Custo de abastecimento (€)	Custo por distância (€/km)	Preço médio das estações utilizadas (€)	Nº médio de estações	Tempo de idle para abastecer (h)	Distância fora de rota (km)	Nº vezes escolhida uma estação mais distante
-	0	735,47	15,71	595,73	0,81	1,350	4,0	1,00	3,93	0,0
	5	733,43	15,67	575,62	0,78	1,308	4,0	1,00	1,73	0,3
	10	735,86	15,72	557,41	0,76	1,263	4,0	1,00	4,42	0,0
	20	749,24	15,98	516,97	0,69	1,150	4,0	1,00	10,45	1,2
	30	744,44	15,91	469,00	0,63	1,050	4,1	1,03	14,95	2,4
Fronteira	5	732,59	15,65	581,65	0,79	1,323	4,0	1,00	4,00	0,0
	10	733,19	15,66	570,24	0,78	1,296	4,0	1,00	0,32	0,0
	20	749,71	15,99	546,73	0,73	1,222	4,0	1,00	15,93	1,3
	30	752,39	16,04	516,02	0,69	1,144	4,0	1,00	17,57	1,9
	5	732,29	15,65	578,84	0,79	1,317	4,0	1,00	1,48	0,0
Faixa	10	737,35	15,75	562,13	0,76	1,271	4,0	1,00	7,11	0,5
	20	755,66	16,11	521,40	0,69	1,150	4,0	1,00	20,97	2,6
	30	755,55	16,11	475,99	0,63	1,050	4,0	1,00	25,13	2,2
	5	732,68	15,65	575,19	0,79	1,308	4,0	1,00	3,33	0,0
	10	734,02	15,68	557,64	0,76	1,266	4,0	1,00	2,09	0,0
Estações exteriores baratas	20	747,10	15,94	518,58	0,69	1,157	4,0	1,00	19,73	0,8
	30	748,06	15,96	473,28	0,63	1,054	4,0	1,00	19,66	1,0

Bibliografia

- Artmeier A, Haselmayr J, Leucker M, Sachenbacher M (2010) The shortest path problem revisited: Optimal routing for electric vehicles. In: Annual Conference on Artificial Intelligence, Springer, pp 309–316
- Atamtürk A, Küçükyavuz S (2005) Lot sizing with inventory bounds and fixed costs: Polyhedral study and computation. *Operations Research* 53(4):711–730
- Bousonville T, Hartmann A, Melo T, Kopfer H (2011) Vehicle routing and refueling: the impact of price variations on tour length. *Herausforderungen, Chancen und Lösungen Band II* p 83
- Braekers K, Ramaekers K, Van Nieuwenhuysse I (2016) The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers and Industrial Engineering* 99:300–313
- Caric T, Gold H (2008) Vehicle Routing Problem
- Clarke G, Wright JW (1964) Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research* 12(4):568–581
- Coyle M (2007) Effects of payload on the fuel consumption of trucks. Department for Transport, London 2(1):36–40
- Czech ZJ (2013) Best solutions found by the parallel simulated annealing algorithm for solomon's vehicle routing problem with time windows (vrptw) benchmark instances. URL <http://sun.aei.polsl.pl/~zjc/best-solutions-solomon.html>, [online: acedido em 24/05/17]
- Dantzig GB, Ramser JH (1959) The Truck Dispatching Problem. *Management Science* 6(1):80–91
- Eisner J, Funke S, Storandt S (2011) Optimal route planning for electric vehicles in large networks. In: Twenty-Fifth Conference on Artificial Intelligence
- Ericsson E, Larsson H, Brundell-Freij K (2006) Optimizing route choice for lowest fuel consumption—potential effects of a new driver support tool. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 14(6):369–383

- European Commission (2016) Statistical pocketbook 2016, EU Transport in figures. URL <https://ec.europa.eu/transport/sites/transport/files/pocketbook2016.pdf>, [online: acedido em 27/02/17]
- GlobalPetrolPrices (2017a) Espanha preços do gasóleo, litro. URL http://pt.globalpetrolprices.com/Spain/diesel_prices/, [online: acedido em 01/06/17]
- GlobalPetrolPrices (2017b) Portugal preços do gasóleo, litro. URL http://pt.globalpetrolprices.com/Portugal/diesel_prices/, [online: acedido em 01/06/17]
- Golden BL, Raghavan S, Wasil EA (2008) The vehicle routing problem: latest advances and new challenges, vol 43. Springer Science & Business Media
- Grangier P, Gendreau M, Lehuédé F, Rousseau LM (2016) An adaptive large neighborhood search for the two-echelon multiple-trip vehicle routing problem with satellite synchronization. *European Journal of Operational Research* 254(1):80 – 91
- Hao G, Gou Z, Yang P, Sun J (2016) Vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries and time windows considering fuel consumption and carbon emissions pp 3000–3005
- Hong Lin SH, Gertsch N, Russell JR (2007) A linear-time algorithm for finding optimal vehicle refueling policies. *Operations Research Letters* 35(3):290–296
- Ichoua S, Gendreau M, Potvin JY (2003) Vehicle dispatching with time-dependent travel times. *European Journal of Operational Research* 144(2):379–396
- Kherbach O, Mocan ML (2016) The Importance of Logistics and Supply Chain Management in the Enhancement of Romanian SMEs. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 221:405–413
- Khuller S, Malekian A, Mestre J (2007) To Fill or Not to Fill: The Gas Station Problem. *Algorithms – ESA 2007: 15th Annual European Symposium, Eilat, Israel, October 8-10, 2007 Proceedings* pp 534–545
- Kuby M, Lim S (2005) The flow-refueling location problem for alternative-fuel vehicles. *Socio-Economic Planning Sciences* 39(2):125–145
- Kuo Y (2010) Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem. *Computers and Industrial Engineering* 59(1):157–165
- Kuo Y, Wang CC, Chuang PY (2009) Optimizing goods assignment and the vehicle routing problem with time-dependent travel speeds. *Computers & Industrial Engineering* 57(4):1385–1392
- Laporte G (2009) Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science* 43(4):408–416
- Laporte G, Mercure H, Nobert Y (1986) An exact algorithm for the asymmetrical capacitated vehicle routing problem. *Networks* 16(1):33–46

- Lenstra JK, Rinnooy-Kan AHG (1981) Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems. *Networks* 11(2):221–227
- Lin SH (2008) Finding Optimal Refueling Policies in Transportation Networks. *Algorithmic Aspects in Information and Management: 4th International Conference, AAIM 2008, Shanghai, China, June 23-25, 2008 Proceedings* pp 280–291
- Lin Sh (2014) Multi-objective Vehicle Refueling Planning Using Mixed Integer Programming pp 677–681
- Lin SH (2015) Multi-objective constrained vehicle refueling planning: Complexity and polynomial-time approximation schemes. *2015 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)* pp 1188–1192
- Mancini S (2016) A real-life multi depot multi period vehicle routing problem with a heterogeneous fleet: Formulation and adaptive large neighborhood search based matheuristic. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 70:100 – 112
- Mattos Ribeiro G, Laporte G (2012) An adaptive large neighborhood search heuristic for the cumulative capacitated vehicle routing problem. *Computers and Operations Research* 39(3):728–735
- Mingyong L, Erbao C (2010) An improved differential evolution algorithm for vehicle routing problem with simultaneous pickups and deliveries and time windows. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 23(2):188–195
- NEO Research Group (2013) Vehicle routing problem. URL <http://neo.lcc.uma.es/vrp/vrp-instances/>, [online: acedido em 04/05/17]
- Ohlmann JW, Thomas BW (2007) A compressed-annealing heuristic for the traveling salesman problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing* 19(1):80–90
- Pisinger D, Ropke S (2007) A general heuristic for vehicle routing problems. *Computers and Operations Research* 34(8):2403–2435
- Pisinger D, Ropke S (2010) Large neighborhood search. In: *Handbook of metaheuristics*, Springer, pp 399–419
- Potvin JY, Rousseau JM (1993) A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows. *European Journal of Operational Research* 66(3):331–340
- Rodrigue JP, Comtois C, Slack B (2017) *The Geography of Transport Systems*, 4th edn. Routledge, New York
- Ropke S, Pisinger D (2006a) An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *Transportation Science* 40(4):455–472

- Ropke S, Pisinger D (2006b) A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research* 171(3):750–775
- Sachenbacher M, Leucker M, Artmeier A, Haselmayr J (2011) Efficient energy-optimal routing for electric vehicles. In: *Twenty-Fifth Conference on Artificial Intelligence*
- Shaw P (1997) A new local search algorithm providing high quality solutions to vehicle routing problems. APES Group, Dept of Computer Science, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, UK
- SINTEF Applied Mathematics (2008) Best known solution values, solomon 100 costumers. URL <https://www.sintef.no/projectweb/top/vrptw/solomon-benchmark/100-customers/>, [online: acedido em 24/05/17]
- Solomon MM (1987) Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research* 35(2):254–265
- Solomon MM, Cordeau J, Etudes H, Desrosiers J (1999) The VRP with Time Windows. *The Vehicle Routing Problem* pp 157–193
- Suzuki Y (2008) A generic model of motor-carrier fuel optimization. *Naval Research Logistics* 55(8):737–746
- Suzuki Y (2009) A decision support system of dynamic vehicle refueling. *Decision Support Systems* 46(2):522–531
- Suzuki Y (2011) A new truck-routing approach for reducing fuel consumption and pollutants emission. *Transportation Research Part D: Transport and Environment* 16(1):73–77
- Suzuki Y (2012) A decision support system of vehicle routing and refueling for motor carriers with time-sensitive demands. *Decision Support Systems* 54(1):758–767
- Suzuki Y (2014) A variable-reduction technique for the fixed-route vehicle-refueling problem. *Computers and Industrial Engineering* 67(1):204–215
- Suzuki Y, Dai J (2012) Reducing the Fuel Cost of Motor Carriers by Using Optimal Routing and Refueling Policies. *Transportation Journal* 51(2):145–163
- Suzuki Y, Dai J (2013) Decision support system of truck routing and refueling: A dual-objective approach. *Decision Sciences* 44(5):817–842
- Suzuki Y, Montabon F, Lu SH (2014) DSS of vehicle refueling: A new enhanced approach with fuel weight considerations. *Decision Support Systems* 68:15–25
- Sweda TM, Klabjan D (2012) Finding minimum-cost paths for electric vehicles. 2012 IEEE International Electric Vehicle Conference, IEVC 2012

- Tang L, Wang X (2006) Iterated local search algorithm based on very large-scale neighborhood for prize-collecting vehicle routing problem. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 29(11-12):1246–1258
- Toth P, Vigo D (eds) (2002) *The vehicle routing problem*. SIAM monographs on discrete mathematics and applications, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pa, oCLC: 265001386
- Toth P, Vigo D (2014) *Vehicle Routing Problem, Methods, and Application*
- Wen M, Linde E, Ropke S, Mirchandani P, Larsen A (2016) An adaptive large neighborhood search heuristic for the Electric Vehicle Scheduling Problem. *Computers and Operations Research* 76:73–83
- Xiao Y, Zhao Q, Kaku I, Xu Y (2012) Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. *Computers and Operations Research* 39(7):1419–1431, DOI 10.1016/j.cor.2011.08.013
- Zhong Y, Cole MH (2005) A vehicle routing problem with backhauls and time windows: A guided local search solution. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 41(2):131–144